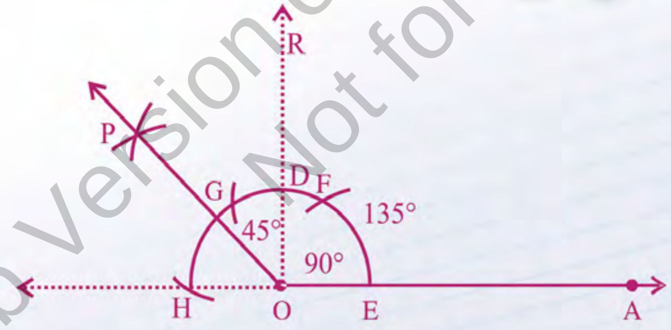
بِسۡمِ اللّٰہِ الرَّحۡمٰنِ الرَّحِیۡمِ

شروع اللہ کے نام سے جو بڑا مہربان نہایت رحم والا ہے۔

# ریاضی 6



Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale



گوہر پبلشرز

An ISO 9001:2015 Certified Organisation

11 - اُردو بازار لاہور

دکان : +92-42-37358161, 37352492
37112248

ای میل : info@goharpublishers.com

: www.goharpublishers.com

مارکیٹنگ آفس
+92-42-37361291

اسلام آباد
+92-51-5401917
5762090
5199306

کراچی
+92-21-32639320

جملہ حقوق بحق گوہر پبلشرز لاہور محفوظ ہیں۔ یہ کتاب پنجاب کریکولم اتھارٹی سے
حوالہ نمبر MathsF.1-21/2010 تاریخ 14-02-2011 کے تحت منظور شدہ ہے۔ اس کتاب کو حکومت پنجاب نے
پنجاب کے تمام سرکاری سکولوں کے لیے واحد نصابی کتاب کے طور پر منتخب اور تقسیم کیا ہے۔

# فہرست


| یونٹ نمبر | عنوان | صفحہ نمبر |
|---|---|---|
| 1 | سیٹ | 3 |
| 2 | مکمل اعداد | 14 |
| 3 | عاد اور اضعاف | 26 |
| 4 | صحیح اعداد | 46 |
| 5 | اختصار | 62 |
| 6 | نسبت اور تناسب | 70 |
| 7 | مالی امور سے متعلق حساب | 79 |
| 8 | الجبرا کا تعارف | 92 |
| 9 | یک درجی مساواتیں | 104 |
| 10 | جیومیٹری | 111 |
| 11 | احاطہ اور رقبہ | 133 |
| 12 | 3D مجسّم | 146 |
| 13 | معلومات داری | 153 |
| 14 | جوابات | 163 |
| 15 | ہدایات برائے اساتذہ | 172 |
| 16 | فرہنگ | 174 |


Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مصنّفین: شیخ محمد طارق رفیق (M.Sc)
طاہر رحمان خان (M.Sc)
ڈیزائنرز: وقاص جاوید، شمائل اشفاق

تیار کردہ: گوھر پبلشرز 11 اُردو بازار، لاہور
مطبع: قدرت اللہ پرنٹرز، لاہور۔

| تاریخ اشاعت | ایڈیشن | طباعت | تعداد اشاعت | قیمت |
|---|---|---|---|---|
| جون 2022ء | اوّل | اوّل | 96,000 | 00.00 |

یونٹ
1

# سیٹ

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- سیٹ کی تعریف کریں۔ سیٹ کی ترقیم اور اس کے ارکان کو پہچانیں۔
- سیٹ کی اندراجی حالت کو مثالوں کے ذریعے واضح کریں۔
- تعریف کریں اور ان کو مثالوں سے واضح کریں:
  - متناہی اور لامتناہی سیٹ
  - خالی سیٹ یا بے اندراج سیٹ
  - یک رُکنی سیٹ
  - مساوی اور مترادف سیٹ
  - سیٹ کے تحتی اور سُپر سیٹ
  - سیٹ کے واجب اور غیر واجب تحتی سیٹ

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 1.1 تعارف

19 ویں صدی میں جارج کینٹر وہ پہلا ریاضی دان تھا جس نے سیٹ کا صحیح تصور پیش کیا۔ جس کا استعمال آج کل ریاضی کی مختلف شاخوں میں کیا جارہا ہے۔

George Cantor
(جارج کینٹر)

ہماری روزمرّہ زندگی میں اکثر ایسے الفاظ استعمال ہوتے ہیں جو اشیا کے مجموعے کو ظاہر کرتے ہیں مثلاً کھلاڑیوں کی ٹیم، پھولوں کا گلدستہ، درختوں کا جھنڈ، دوستوں کا گروہ اور پرندوں کا غول وغیرہ۔ لیکن ریاضی میں ہم اِن تمام مجموعوں کے لیے ایک ہی لفظ ''سیٹ'' کا استعمال کرتے ہیں۔ گویا ہم سیٹ کی تعریف کچھ اِس طرح کر سکتے ہیں کہ:

''چند مختلف مگر واضح اشیا کے اجتماع کو سیٹ کہتے ہیں۔''

کسی سیٹ میں موجود اشیا اس سیٹ کے ارکان کہلاتے ہیں۔

- **واضح**

واضح سے مراد کسی شے کی وہ خصوصیت جس سے حتمی طور پر اس کے بارے میں کہا جا سکے کہ یہ سیٹ کی رُکن ہے یا نہیں۔ اس بات کو سمجھنے کے لیے آیئے ہم درج ذیل مجموعوں پر غور کرتے ہیں۔

(i) اچھی کہانیوں کا مجموعہ (ii) مزے دار کھانوں کا مجموعہ (iii) پسندیدہ نظموں کا مجموعہ

اگر ہم مندرجہ بالا مثالوں پر غور کریں تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ اچھی، مزے دار اور پسندیدہ ایسے الفاظ ہیں جو واضح نہیں۔ کیونکہ اگر کوئی ایک کھانا کسی ایک شخص کے لیے مزے دار ہے تو ضروری نہیں کہ کسی دوسرے کے لیے بھی مزے دار ہو۔ اسی طرح اگر ایک کہانی کسی ایک شخص کے نزدیک اچھی ہے تو ضروری نہیں کہ وہ کسی دوسرے کے نزدیک بھی اچھی ہو۔ لہٰذا یہ سیٹ کی مناسب مثالیں نہیں کیونکہ اِن کے ارکان واضح نہیں ہیں۔

مختلف سے مراد ہے کہ سیٹ میں ایک جیسے ارکان صرف ایک بار ہی آئیں۔ مثلاً لفظ "small" میں موجود حروف تہجی کا سیٹ $[s,m,a,l]$ ہے۔ اس مثال میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ '$l$' صرف ایک بار لکھا گیا ہے۔ اگر اس کو دوبارہ لکھا جاتا تو یہ سیٹ نہیں رہتا۔

## 1.1.1 سیٹ کی ترقیم

سیٹ کو انگلش کے حروف تہجی $A, B, C, \ldots, Z$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اِس کے ارکان بریکٹس { } میں کومے '' ، '' کی مدد سے علیحدہ کر کے لکھے جاتے ہیں۔

- پالتو جانوروں کا سیٹ: A = {گائے, گھوڑا, بکری, ...}

علامتی طور پر ہم سیٹ A کے ارکان یوں لکھ سکتے ہیں۔

گائے $\in$ A ''گائے سیٹ A کی رکن ہے۔''

بکری $\in$ A ''بکری سیٹ A کی رکن ہے۔''

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

اب بتائیں آیا درخت سیٹ A کا رکن ہے یا نہیں۔ یقیناً درخت سیٹ A کا رکن نہیں ہے۔ اِس کو علامتی طور پر ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

درخت ∉ A ''درخت سیٹ A کا رکن نہیں ہے''۔

> علامت ∈ یونانی حرف ہے جو یہ بتانے کے لیے استعمال ہوتا ہے کہ کوئی شے کسی سیٹ کا رُکن ہے اور علامت ∉ کا مطلب ہوتا ہے کہ یہ سیٹ کا رُکن نہیں ہے۔

چند اہم سیٹ درج ذیل ہیں:

- E = جفت اعداد کا سیٹ
- W = مکمل اعداد کا سیٹ
- P = مفرد اعداد کا سیٹ
- O = طاق اعداد کا سیٹ
- N = قدرتی اعداد کا سیٹ

**مثال 1: درج ذیل سیٹوں کے ارکان لکھیے۔**

A= {1,2,3,4,5} ، B={Δ,□,○} اور C={فیصل آباد، اسلام آباد، سیالکوٹ، کراچی، لاہور}

حل:

- سیٹ A کے ارکان 1، 2، 3، 4 اور 5 ہیں۔ ہم اُنہیں یوں لکھ سکتے ہیں۔

1 ∈ A
2 ∈ A
3 ∈ A
4 ∈ A
5 ∈ A

- سیٹ B کے ارکان Δ، □ اور ○ ہیں۔
ہم انہیں یوں لکھ سکتے ہیں۔

Δ ∈ B
□ ∈ B
○ ∈ B

اور

- سیٹ C کے ارکان لاہور۔ کراچی۔ سیالکوٹ۔ اسلام آباد اور فیصل آباد ہیں۔ ہم انہیں یوں لکھ سکتے ہیں۔

لاہور ∈ C
کراچی ∈ C
سیالکوٹ ∈ C
اسلام آباد ∈ C
فیصل آباد ∈ C

**مثال 2: نیچے دیے گئے سیٹ ہیں یا نہیں۔**

A = {1,2,3,4}  B = {1,2,2,3 }  C = {*k ,i,n,g*}

D = {*b,a,I,I*}  E = بہادر لڑکوں کا سیٹ  F = پاکستانی گلوکاروں کا سیٹ

حل:

(i) A، C اور F سیٹ ہیں کیوں کہ اِن کے تمام ارکان مختلف اور واضع ہیں۔

(ii) B اور D سیٹ نہیں ہیں کیوں کہ اِن کے ارکان مختلف نہیں ہیں۔

(iii) E سیٹ نہیں ہے کیونکہ اِس کے ارکان واضع نہیں ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 1.1

**1** مندرجہ ذیل بیانات میں سے کون سے سیٹ ہیں اور کون سے نہیں؟

(i) پاکستان کے پانچ صوبے (ii) کسی ٹیسٹ کے مشکل سوالات (iii) جیومیٹری کے آلات

(iv) گلی کے شرارتی لڑکے (v) انگلش الفابیٹ کے بڑے حروف (vi) پاکستانی کرکٹ ٹیم کے کھلاڑی

(vii) سکول کے تیز لڑکے (viii) 50 سے کم قدرتی اعداد (ix) 9 سے کم مکمل اعداد

**2** اگر $A=\{a,e,i,o,u\}$ اور $B=\{a,b,c,...z\}$ ہو تو بتائیں کہ درج ذیل میں سے کون سا بیان درست اور کون سا غلط ہے؟

(i) $a \in A$ (ii) $b \in A$ (iii) $d \notin A$ (iv) $c \notin B$ (v) $i \in B$

(vi) $i \in A$ (vii) $f \in A$ (viii) $v \in A$ (ix) $x \notin A$ (x) $z \in B$

(xi) $m \notin B$ (xii) $a \in B$

**3** خالی جگہوں کو $\in$ یا $\notin$ علامت کی مدد سے پُر کریں۔

(i) 1 ________ {2, 3} (ii) $b$ ________ $\{a,b,c\}$

(iii) $i$ ________ واولز کا سیٹ (iv) سانپ ________ پالتو جانوروں کا سیٹ

(v) 15 ________ قدرتی اعداد کا سیٹ (vi) 0 ________ مکمل اعداد کا سیٹ

(vii) گول کیپر ________ کرکٹ ٹیم کا سیٹ (viii) B ______ انگلش الفابیٹ کے سال لیٹرز کا سیٹ

(ix) کاپی ________ بستے میں موجود اشیا کا سیٹ (x) شیر ________ جنگل کے جانوروں کا سیٹ

**4** درج ذیل بیانات کو علامتی طور پر لکھیں۔

(i) 0 سیٹ W کا رُکن ہے۔ (ii) لاہور سیٹ P کا رُکن ہے۔ (iii) 1 سیٹ E کا رُکن نہیں ہے۔

(iv) سندھ سیٹ B کا رُکن نہیں ہے۔ (v) آلو سیٹ V کا رُکن ہے۔ (vi) $0$ سیٹ A کا رُکن ہے۔

(vii) $c$ سیٹ C کا رُکن نہیں ہے۔ (viii) آم سیٹ F کا رُکن نہیں ہے۔ (ix) 5 سیٹ N کا رُکن ہے۔

(x) 4 سیٹ O کا رُکن نہیں ہے۔

**5** درج ذیل میں سے کون سا مجموعہ سیٹ نہیں ہے اور کیوں؟

$A=\{b,a,n,k\}$ $B=\{2,4,6,8\}$ $C=\{0,1,2,0\}$ $D=\{k,i,l,l,e,r\}$

$E=\{l,e,g,a,l\}$ $F=\{9,3,5,1\}$ G= کہانی کی کتابوں کا سیٹ H= خوب صورت پرندوں کا سیٹ

I = امیر لوگوں کا سیٹ J = ساتویں جماعت کے طلبا کا سیٹ K = دریائے راوی کی مچھلیوں کا سیٹ

L = سکول کے بڑے لڑکوں کا سیٹ M= لکڑی کی کرسیوں کا سیٹ

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

6 درج ذیل سیٹوں کے ارکان لکھیے۔

(i) پانچ ملکوں کا سیٹ (ii) تین کھیلوں کا سیٹ (iii) پہلے دس قدرتی اعداد کا سیٹ
(iv) پہلے آٹھ جفت اعداد کا سیٹ (v) واولز کا سیٹ (vi) آخری چار مہینے کا سیٹ
(vii) ہفتے کے سات دِنوں کا سیٹ (viii) پاکستانی جھنڈے میں موجود رنگوں کا سیٹ
(ix) پنجاب کے پانچ دریاؤں کا سیٹ (x) تین اسلامی مہینوں کا سیٹ

## 1.1.2 سیٹ کو لکھنے کے طریقے

### بیانیہ طریقہ

بیانیہ طریقے میں سیٹ کو لکھتے ہوئے ہم اِس کی خاصیت کے مطابق اِسے الفاظ میں بیان کرتے ہیں جیسا کہ درج ذیل مثالوں میں دیا گیا ہے۔

لائبریری میں موجود انگلش کُتب کا سیٹ=A تمام قدرتی اعداد کا سیٹ=B چڑیا گھر کے تمام جانوروں کا سیٹ=C

### اندراجی طریقہ

اندراجی طریقے میں ہم تمام ارکان کو بریکٹوں { } کے اندر کومے "، " کی مدد سے علیحدہ کر کے لکھتے ہیں۔ سیٹ کے ارکان کو ہم ایسے لکھتے ہیں:

(i) کم ارکان والے سیٹ کے لیے: A= {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
(ii) زیادہ مگر محدود ارکان والے سیٹ کے لیے: B= {1,2,3,...,500}
(iii) لامحدود ارکان والے سیٹ کے لیے: C= {1,2,3,...}

**نوٹ:** سیٹ کا اندراجی طریقہ روسٹر فارم بھی کہلاتا ہے۔

**مثال 1:** درج ذیل سیٹوں کو اندراجی طریقہ میں لکھیے۔

انگلش الفابیٹ میں واولز کا سیٹ =A ، تمام کھیلوں کے نام کا سیٹ =B اور اکیسویں صدی کے سالوں کا سیٹ =C

**حل:** A= {a,e,i,o,u} ، B={...،کرکٹ،فٹ بال،ہاکی} اور C= {2001,2002,2003,…,2100}

## مشق 1.2

1 درج ذیل سیٹوں کو بیانیہ طریقے میں لکھیے۔

A = {1,2,3,4,5,6} B = {0,1,2,...99} C = {ٹینس،ہاکی،فٹ بال،کرکٹ}
E = {2,4,6,...} F = {بینگن،گاجر،بھنڈی،آلو} N = {1,2,3,...}
O = {1,3,5,...} W = {0,1,2,3,...} X = {بہن،بھائی،ماں،باپ}

2 درج ذیل سیٹوں کو اندراجی طریقے میں لکھیے۔

A = تین لڑکوں کے ناموں کا سیٹ جن کا نام حرف "ب" سے شروع ہوتا ہے
B = تین لڑکیوں کے ناموں کا سیٹ جن کا نام حرف "ا" سے شروع ہوتا ہے

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

D = پانچ پرندوں کا سیٹ
C = چار گھریلو جانوروں کا سیٹ
F = پاکستان کے پانچ مشہور شہروں کا سیٹ
E = پاکستان کے تین پرائم منسٹرز کا سیٹ
I = لفظ "naughty" میں واولز کا سیٹ
G = لفظ "banana" کے حروف کا سیٹ
K = تین بیکری آئٹمز کا سیٹ
J = 2006 سے اگلے اور 2009 سے پچھلے سالوں کا سیٹ

## 1.2 سیٹوں کی اقسام

سیٹ تین اقسام کے ہوتے ہیں۔ (i) متناہی سیٹ (ii) غیر متناہی سیٹ (iii) خالی سیٹ

### 1.2.1 متناہی اور غیر متناہی سیٹ

#### متناہی سیٹ

ایسا سیٹ جس کے ارکان کی تعداد محدود ہو متناہی سیٹ کہلاتا ہے۔ سیٹ کی درج ذیل مثالوں پر غور کریں۔

A= 10 سے کم قدرتی اعداد کا سیٹ B= انگلش الفابیٹ میں واولز کا سیٹ

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مندرجہ بالا سیٹ A اور B کے ارکان کو آسانی سے گنا جا سکتا ہے۔ لہٰذا سیٹ A اور سیٹ B متناہی سیٹ ہیں۔ آیئے اب ہم سیٹ کی کچھ اور مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

C= پاکستان کی آبادی کا سیٹ D = آپ کے سر پر موجود بالوں کا سیٹ

کیا ہم سیٹ C اور D کے ارکان گن سکتے ہیں؟ یقیناً مگر یہ کوئی آسان کام نہیں کیوں کہ ہم جلد یا بدیر اِن سیٹوں کے ارکان بھی گن ہی لیں گے۔ لہٰذا یہ بھی متناہی سیٹ ہیں۔

#### غیر متناہی سیٹ

ایسا سیٹ جس میں اِس کے ارکان کی تعداد لامحدود ہو غیر متناہی سیٹ کہلاتا ہے۔ مثلاً

(i) قدرتی اعداد کا سیٹ : N = {1,2,3,4,5,...}
(ii) طاق اعداد کا سیٹ : O = {1,3,5,7,9,...}
(iii) مکمل اعداد کا سیٹ : W = {0,1,2,3,4,...}

(i)، (ii) اور (iii) غیر متناہی سیٹ کی مثالیں ہیں کیونکہ اِن کے ارکان لامحدود ہیں۔

متناہی سیٹ میں اُس کا آخری رُکن معلوم کیا جا سکتا ہے مگر غیر متناہی سیٹ میں یہ ناممکن ہوتا ہے۔

**مثال 2: متناہی اور غیر متناہی سیٹ علیحدہ کریں۔**

(i) ڈیپارٹمنٹل سٹور کی آئٹمز کا سیٹ (ii) انگلش کے الفابیٹ کا سیٹ
(iii) {2,4,6,8,...} (iv) {0,1,2,3,...}

**حل:**

(i) اور (ii) کے ارکان محدود ہیں لہٰذا یہ متناہی سیٹ کی مثالیں ہیں۔ (iii) اور (iv) کے ارکان لامحدود ہیں لہٰذا یہ غیر متناہی سیٹ کی مثالیں ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 1.2.2 خالی سیٹ / بے اندراج سیٹ

ہر کوئی اچھی طرح جانتا ہے کہ لفظ خالی کا مطلب ہوتا ہے" کچھ نہیں" سیٹ میں بھی ہم اِسے انہی معنوں میں لیتے ہیں۔ اِس کی وضاحت ہم مثالوں سے کرتے ہیں۔ جب میری جیب میں کچھ نہیں ہے تو اِس کا مطلب ہے میری جیب خالی ہے اور اگر گلاس میں پانی بالکل نہیں ہے تو ہم کہتے ہیں کہ گلاس خالی ہے۔ اِسی طرح جب کسی سیٹ کا کوئی رُکن نہ ہو تو اِس کا مطلب ہوتا ہے کہ سیٹ خالی ہے۔ ہم اِس کی تعریف یوں کر سکتے ہیں۔

"ایسا سیٹ جس کا کوئی رُکن نا ہو تو اُسے خالی سیٹ یا بے اندراج سیٹ کہتے ہیں"۔

خالی سیٹ کو علامت $\phi$ جس کو فائی کہتے ہیں یا اِس کو { } سے بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ خالی سیٹ کی کچھ مثالیں درج ذیل ہیں۔

(i) 100 فٹ لمبے لڑکوں کا سیٹ　　　(ii) 25 گھنٹے والے دِنوں کا سیٹ

(iii) گدھے کے سر پر سینگوں کا سیٹ　　　(iv) 1 اور 2 کے درمیان والے قدرتی اعداد کا سیٹ

ہم غور کر سکتے ہیں کہ مندرجہ بالا سیٹوں کے ارکان لکھتے ہوئے ہم ایک بھی رُکن نہیں لکھ سکتے لہٰذا یہ تمام خالی سیٹ ہیں۔

## 1.2.3 یک رُکنی سیٹ

ایسا سیٹ جس میں صرف ایک رُکن ہوتا ہے یک رُکنی سیٹ کہلاتا ہے۔ مثلاً $\{a\}$ ، $\{b\}$ ، $\{\frac{1}{2}\}$ وغیرہ یک رُکنی سیٹ ہیں۔

## 1.2.4 مساوی اور مترادف سیٹ

پچھلی جماعتوں میں ہم ایک سے ایک کی مطابقت کے نظریے کو جان چکے ہیں۔ یہاں ہم اُسی نظریے کو مترادف اور غیر مترادف سیٹوں کی تعریف کے لیے استعمال کریں گے۔ فرض کریں کہ $A=\{1,2,3,4\}$ اور $B=\{a,b,c,d\}$ کوئی سے دو سیٹ ہیں۔ اب ہم پڑتال کر سکتے ہیں کہ آیا دو سیٹوں A اور B میں ایک سے ایک کی مطابقت ہے یا نہیں۔

$$\begin{array}{c} A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\} \\ \updownarrow\ \updownarrow\ \updownarrow\ \updownarrow \\ B = \{a,\ b,\ c,\ d\} \end{array}$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سیٹ A کا ہر رُکن سیٹ B کے کسی ایک رُکن سے منسلک ہے۔ اِس کا مطلب ہے دو سیٹوں میں ایک سے ایک کی مطابقت ہے جس کو $A \longleftrightarrow B$ لکھ کر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اِس طرح کے سیٹ مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔

"دو سیٹ صرف اور صرف تب مترادف کہلاتے ہیں جب ان میں ایک سے ایک کی مطابقت قائم کی جا سکے"

دوبارہ فرض کریں کہ $C=\{1,3,5,7\}$ اور $D=\{a,e,i,o,u\}$ کوئی سے دو سیٹ ہیں۔ اب ہم اِن میں بھی ایک سے ایک کی مطابقت قائم کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{c} C = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\} \\ \updownarrow\ \updownarrow\ \updownarrow\ \updownarrow \\ D = \{a,\ e,\ i,\ o,\ u\} \end{array}$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مندرجہ بالا مثال میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سیٹ D کے رُکن $u$ سے منسلک سیٹ C کا کوئی رُکن نہیں ہے۔ اِس کا مطلب ہے دوسیٹوں میں ایک سے ایک کی مطابقت قائم نہیں ہو رہی جس کو $D \not\leftrightarrow C$ لکھ کر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اِس قسم کے سیٹ غیر مترادف سیٹ کہلاتے ہیں۔

**''دوسیٹ صرف اور صرف تب غیر مترادف کہلاتے ہیں جب اُن میں ایک سے ایک کی مطابقت قائم نہ ہو سکے''**

**مثال:** اگر $A=\{2,4,6,8\}$ اور $B=\{1,3,5,7,9\}$ ہو تو بتایے سیٹ مترادف ہیں یا نہیں؟

**حل:**

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

سیٹ A اور B کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم کرنا ناممکن ہے۔ لہٰذا سیٹ A اور سیٹ B مترادف سیٹ نہیں ہیں۔

### مساوی سیٹ

فرض کریں سیٹ P اور سیٹ Q کوئی سے دو سیٹ ہیں۔

$P=\{1,2,3,4,5\}$ اور $Q=\{3,1,2,5,4\}$

مندرجہ بالا سے ہم غور کر سکتے ہیں کہ سیٹ P کا ہر رُکن سیٹ Q کا بھی رُکن ہے۔ اسی طرح سیٹ Q کا ہر رُکن سیٹ P کا بھی رُکن ہے۔ اِس طرح کے سیٹ مساوی سیٹ کہلاتے ہیں اور یوں لکھے جا سکتے ہیں۔ $P = Q$

## 1.2.5 سیٹ کا تحتی سیٹ اور سُپر سیٹ

اگر سیٹ A کا ہر رُکن سیٹ B کا بھی رُکن ہو تو سیٹ A کو سیٹ B کا تحتی سیٹ کہتے ہیں۔ جس کو علامت $\subseteq$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مثلاً

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$
$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

مندرجہ بالا مثال میں ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ سیٹ A کا ہر رُکن سیٹ B کا بھی رُکن ہے۔ لہٰذا $A \subseteq B$ جس کو یوں پڑھ سکتے ہیں کہ ''سیٹ A تحتی سیٹ ہے سیٹ B کا''

**ہر سیٹ اپنا ہی تحتی سیٹ ہوتا ہے مثلاً $A \subseteq A$ اور $B \subseteq B$**

### سُپر سیٹ

اگر $A \subseteq B$، ہو تو سیٹ B کو سیٹ A کا سپر سیٹ کہتے ہیں اور اِسے یوں بھی لکھ سکتے ہیں $B \supseteq A$ جس کو ''سیٹ B سُپر سیٹ ہے سیٹ A کا'' پڑھا جاتا ہے۔

## 1.2.6 واجب اور غیر واجب تحتی سیٹ

$B =$ پہلے نو قدرتی اعداد کا سیٹ $\qquad A =$ دس سے کم قدرتی اعداد کا سیٹ

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ سیٹ A ایسے تمام ارکان پر مشتمل ہے جو سیٹ B کے بھی ارکان ہیں یعنی A=B ۔ یہاں سیٹ A سیٹ B کا غیر واجب تحتی سیٹ کہلاتا ہے اور اِسے $A \subseteq B$ لکھتے ہیں۔ اب ہم نیچے دی گئی ایک اور مثال پر غور کرتے ہیں۔

$A = \{a,o,u\}$ $B = \{a,e,i,o,u\}$

اِس مثال میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سیٹ A کے تمام ارکان سیٹ B کے بھی ارکان ہیں مگر سیٹ B کے دو ارکان ایسے ہیں جو سیٹ A کے ارکان نہیں ہیں یہاں سیٹ A سیٹ B کا واجب تحتی سیٹ ہے ہم اِسے $A \subset B$ لکھتے ہیں۔

## مشق 1.3

**1** درج ذیل سیٹوں میں کون سے خالی سیٹ ہیں؟

(i) 1 سے کم مکمل اعداد کا سیٹ (ii) u اور v کے درمیانی انگلش الفابیٹ کا سیٹ (iii) a اور o کے علاوہ واولز کا سیٹ

(iv) 1 سے کم قدرتی اعداد کا سیٹ (v) ایسے جفت اعداد کا سیٹ جو طاق اعداد کہلاتے ہیں۔

**2** متناہی اور غیر متناہی سیٹوں کو علیحدہ کریں۔

A = {لفظ "halla gulla" کے حروف} B= قدرتی اعداد کا سیٹ C={سال میں دنوں کی تعداد}

$G = \left\{\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6},\ldots\right\}$ E= {3,,6,9,....} $F = \{c,f,i.m,o,r,u\}$ D ={ اسلامی مہینے}

**3** بتایے کہ درج ذیل سیٹوں کے جوڑے مترادف ہیں یا غیر مترادف۔

(i) $A = \{1,2\}$ , $B = \{1,3,7\}$ (ii) $A = \{a,b\}$, $B = \{x,y\}$ (iii) $A = \{-2,-1,0,1\}$, $B = \{3,5,7,8\}$

(iv) $A = \{0,1,2,3,4\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$ (v) $A = \{a,e,i,o,u\}$, $B = \{l,m,n,o\}$

(vi) A= چار قدرتی اعداد کا سیٹ, B= تین جنگلی جانوروں کا سیٹ (vii) A = پنجاب کے 5 دریاؤں کا سیٹ, B= پاکستانی جھنڈے میں موجود رنگوں کا سیٹ

**4** مندرجہ ذیل سیٹوں کے جوڑوں میں سے کون سے مساوی سیٹ ہیں؟

(i) $A = \{a,b,c,d,e\}$ $B = \{b,a,e,d,c\}$ (ii) $A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{1+0,1+1,1+2,1+3,1+4\}$

(iii) $A = \{0,1,2,3,4\}$ $B = \{6-1, 5-1, 4-2, 3-2, 2-2\}$ (iv) A= 9 سے کم جفت اعداد کا سیٹ $B = \{0,2,4,6,8\}$

**5** اگر $A = \{a,b,c\}$، $B = \{b,c,d\}$، $C = \{c,d,e\}$ اور $D = \{a,b,c,d\}$ ہو تو بتایے درج ذیل میں سے کون سا بیان درست ہے؟

(i) $A \subset B$ (ii) $B \subset D$ (iii) $C \subset D$ (iv) $A \subset D$ (v) $B \subset C$ (vi) $C \subset A$

### خلاصہ

- چند مختلف مگر واضح اشیا کے اجتماع کو سیٹ کہتے ہیں۔
- مختلف سے مراد ہے کہ سیٹ میں ایک جیسے ارکان ایک سے زیادہ بار نہیں آنے چاہییں۔
- اگر سیٹ A سیٹ B کا تحتی سیٹ ہو مگر سیٹ B سیٹ A کا تحتی سیٹ نا ہو تو سیٹ A کو سیٹ B کا واجب تحتی سیٹ کہتے ہیں۔
- اگر دو سیٹ مساوی ہوں تو دونوں ایک دوسرے کے غیر واجب تحتی سیٹ کہلاتے ہیں۔
- محدود ارکان والا سیٹ متناہی سیٹ اور لامحدود ارکان والا سیٹ غیر متناہی سیٹ کہلاتا ہے۔
- دو سیٹ صرف اور صرف تب مترادف کہلاتے ہیں جب اُن کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم کی جا سکے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

- ایک جیسے ارکان والے دو سیٹ مساوی سیٹ کہلاتے ہیں۔
- ایسا سیٹ جس کا کوئی رُکن نا ہو خالی سیٹ کہلاتا ہے۔
- ایک سے ایک کی مطابقت قائم کرنے کا طریقہ ہمیں مترادف اور غیر مترادف سیٹوں کی شناخت میں مدد دیتا ہے۔
- اگر سیٹ A کا ہر رُکن سیٹ B کا بھی رُکن ہو تو سیٹ A کو سیٹ B کا تحتی سیٹ اور سیٹ B کو سیٹ A کا سُپر سیٹ کہتے ہیں۔

# نظرِ ثانی مشق 1

**1** درج ذیل سیٹوں کے ارکان لکھیے۔

(i) پہلے چار مہینوں کا سیٹ (ii) آخری چھ کیپٹل لیٹرز کا سیٹ (iii) پانچ طاق اعداد کا سیٹ

(iv) چار رنگوں کا سیٹ (v) نظامِ شمسی کے تین سیاروں کا سیٹ

**2** درج ذیل مجموعے سیٹ نہیں ہیں؛ وجوہات لکھیے۔

(i) $\{1,1,2,2,3,3,4,4\}$ (ii) $\{b,o,o,k\}$ (iii) $\{\triangle, \bigcirc, \triangle, \square\}$

(iv) گندے کپڑوں کا مجموعہ (v) سکول کے موٹے لڑکوں کا مجموعہ

**3** درج ذیل سیٹوں کو اندراجی طریقے میں لکھیے۔

(i) پانچ جفت اعداد کا سیٹ (ii) 23 سے چھوٹے مگر 17 سے بڑے اعداد کا سیٹ

(iii) لفظ ORANGE کے لیٹرز کا سیٹ (iv) 5 سے چھوٹے مکمل اعداد کا سیٹ

**4** متناہی، غیر متناہی اور خالی سیٹ علیحدہ کیجیے۔

(i) A= پاکستان کے دریاؤں کا سیٹ (ii) B= تمام قدرتی اعداد کا سیٹ (iii) C= چاند کے رہائشی لوگوں کا سیٹ

**5** مترادف اور غیر مترادف سیٹوں کے جوڑے علیحدہ کیجیے۔

(i) $A=\{1,3,5\}$, $B=\{2,4,6\}$, (ii) $C=\{k,i,n,g\}$, $D=\{a,l,m\}$

(iii) E = پانچ مکمل اعداد کا سیٹ, F = انگلش الفابیٹ میں واولز کا سیٹ (iv) G = ہفتے کے سات دنوں کا سیٹ, H = 7 سے کم قدرتی اعداد کا سیٹ

**6** دیے گئے سیٹوں کے جوڑے مساوی کرنے کے لیے خالی جگہوں کو پُر کریں۔

(i) $A=\{e,a,r,t,h\}$, $B=\{t,_____,r,h,_____\}$

(ii) $A=\{0,2,4\}$, $B=\{_____,_____,0\}$

(iii) A = { سیب، آم، سنگترہ } B = { سنگترہ، _____، _____ }

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# معروضی مشق 1

**1** درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) سیٹ کی تعریف کریں۔
(ii) علامت $\in$ کا کیا مطلب ہوتا ہے؟
(iii) سیٹ کو لکھنے کے دو طریقوں کے نام لکھیں۔
(iv) سیٹ میں لفظ مختلف سے کیا مُراد ہوتی ہے؟
(v) اگر $X=\{a, b, c\}$ اور $Y=\{c, a, b\}$ ہوں تو کیا یہ سیٹ مساوی ہیں یا نہیں؟

**2** خالی جگہوں کو پُر کریں۔

(i) ________ سیٹوں کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم نہیں کی جاسکتی۔
(ii) ________ سے مُراد ایسی خصوصیت کا حامل رُکن جس سے حتمی طور پر کہا جا سکے کہ یہ سیٹ کا رُکن ہے یا نہیں۔
(iii) علامت ________ سے مراد ہے کہ یہ سیٹ کا رُکن نہیں ہے۔
(iv) ________ سیٹ کو بے اندراج سیٹ بھی کہتے ہیں۔
(v) علامت $\nleftrightarrow$ دو ________ سیٹوں کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔

**3** دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) دو مساوی سیٹوں کو ظاہر کرنے کے لیے علامت استعمال کی جاتی ہے۔

(a) $\leftrightarrow$ (b) $\subset$ (c) $\subseteq$ (d) $=$

(ii) خالی سیٹ کو ظاہر کرنے کے لیے علامت استعمال ہوتی ہے۔

(a) $\in$ (b) $\subseteq$ (c) $\phi$ (d) $\leftrightarrow$

(iii) اگر واولز کا سیٹ $=A$ ہو تو:

(a) $i\notin A$ (b) $c\in A$ (c) $u\in A$ (d) $a\notin A$

(iv) اگر $A=\{1,2,3\}$ اور $B=\{0,1,2,3,4\}$ ہو تو:

(a) $A\subset B$ (b) $A=B$ (c) $A\subseteq B$ (d) $A\leftrightarrow B$

(v) $\{11\}$ کو کہتے ہیں۔

(a) بے اندراج سیٹ (b) یک رُکنی سیٹ (c) تحتی سیٹ (d) قوت سیٹ

(vi) مترادف سیٹوں کو علامت سے ظاہر کرتے ہیں۔

(a) $=$ (b) $\in$ (c) $\subset$ (d) $\leftrightarrow$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یونٹ
2

# مکمل اعداد

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- قدرتی اعداد اور مکمل اعداد میں فرق کریں۔
- قدرتی اعداد اور مکمل اعداد کو اور اُن کی ترقیم کو پہچانیں۔
- نمبر لائن پر ظاہر کریں:
  - دیے گئے مکمل اعداد کی فہرست۔
  - دیے گئے مکمل عدد سے > یا < مکمل اعداد۔
  - دیے گئے مکمل عدد سے ≥ یا ≤ مکمل اعداد۔
  - دیے گئے مکمل عدد سے > مگر کسی اور مکمل عدد سے < ۔
  - دیے گئے مکمل عدد سے ≥ مگر کسی اور مکمل عدد سے ≤ ۔
  - دو یا دو سے زیادہ مکمل اعداد کا مجموعہ۔
- دیے گئے دو مکمل اعداد کو جمع اور تفریق کریں۔
- مکمل اعداد کا قانونِ مبادلہ اور قانونِ تلازم بلحاظ جمع ثابت کریں۔
- 1 کو بحیثیت ضربی ذاتی عنصر کے پہچانیں۔
- ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ جمع ثابت کریں۔
- ضرب کی خاصیت تقسیمی بلحاظ تفریق ثابت کریں۔ (واضح فرق کے ساتھ)

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 2.1 تعارف

ہماری روزمرّہ زندگی میں ہم اکثر اشیا کو گنتے رہتے ہیں۔ جیسے کہ:

- پھل کی پیٹی میں کتنے سیب ہیں؟
- ڈبے میں کتنی ٹافیاں ہیں؟
- کریٹ میں کتنے انڈے ہیں؟
- الماری کے خانے میں کتنی کتابیں ہیں؟

اِس طرح کے سوالوں کے جواب دینے کے لیے ہم اشیا کو اعداد سے منسلک کرتے ہیں۔ جیسے ایک شے کے لیے ایک کا عدد، دو اشیا کے لیے دو کا عدد اور تین اشیا کے لیے تین کا عدد وغیرہ۔ پس اس طرح ہمیں ایک، دو، تین، چار، پانچ ....وغیرہ کے اعداد حاصل ہوتے ہیں جن کو مندرجہ ذیل علامات سے ظاہر کرتے ہیں۔

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، ...

(ایک) (دو) (تین) (چار) (پانچ) (چھ) (سات) (آٹھ) (نو)

اِن علامات کو ہندسی علامات کہتے ہیں۔

### 2.1.1 قدرتی اور مکمل اعداد

ایسے اعداد 1، 2، 3، 4، ...... جو ہم اشیا کو گننے کے لیے استعمال کرتے ہیں گنتی کے اعداد یا قدرتی اعداد کہلاتے ہیں۔ مندرجہ بالا پر غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ سب سے چھوٹا قدرتی عدد 1 ہے۔ مگر سب سے بڑا قدرتی عدد کیا ہے؟ اگر ہم کسی قدرتی عدد کے بارے میں سوچیں تو اُس سے اگلا عدد بھی ہوتا ہے۔ لہٰذا اِس سوال کا جواب نہیں دیا جا سکتا کیونکہ سب سے بڑا قدرتی عدد ہوتا ہی نہیں۔

**مکمل اعداد**

0 اور قدرتی اعداد آپس میں مل کر مکمل اعداد بناتے ہیں۔ مکمل اعداد کے سیٹ کو لیٹر W سے ظاہر کرتے ہیں۔

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

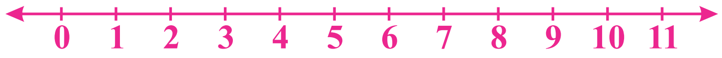
یہ قابل غور ہے کہ سیٹ W کا سب سے چھوٹا عدد 0 ہے اور بڑے عدد کے بارے میں نہیں بتا سکتے کیوں کہ اس سیٹ کے ارکان غیر متناہی ہیں۔

### 2.1.2 مکمل اعداد اور نمبر لائن

ہم مکمل اعداد کو نمبر لائن پر درج ذیل طریقے سے ظاہر کرتے ہیں:

(i) ایک لائن لگائیں اور اُس پر نقطہ لگا کر پہلا مکمل عدد 0 درج کر دیں۔

(ii) برابر فاصلے پر کچھ اور نقطے لگائیں اور اُن پر .....,1,2,3,4 لیبل کر دیں۔




نمبر لائن کے دائیں طرف تیر کا نشان یہ ظاہر کرتا ہے کہ مکمل اعداد بدستور بڑھ رہے ہیں۔

آیئے اب ہم دی گئی نمبر لائن کی مدد سے مکمل اعداد کی خصوصیات پر بحث کرتے ہیں۔

(i) 0 کے بائیں طرف کوئی مکمل عدد نہیں لہٰذا 0 سب سے چھوٹا مکمل عدد ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

(ii) ہر بعد میں آنے والا عدد پہلے آنے والے عدد سے ایک زیادہ اور ہر پہلے آنے والا عدد بعد میں آنے والے عدد سے ایک کم ہے۔ یہاں ہر عدد بعد میں آنے والے عدد کا اگلا عدد کہلاتا ہے مثلاً

- 0 سے اگلا عدد 1 اور 1 سے پچھلا عدد 0 ہے۔
- 1 سے اگلا عدد 2 اور 2 سے پچھلا عدد 1 ہے۔
- 2 سے اگلا عدد 3 اور 3 سے پچھلا عدد 2 ہے۔

(iii) نمبر لائن کا ہر مکمل عدد بائیں طرف موجود ہر مکمل عدد سے بڑا ہوتا ہے۔ مثلاً $5>3$, $2>0$, $9>8$ وغیرہ

(iv) نمبر لائن کا ہر مکمل عدد دائیں طرف موجود ہر مکمل عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔ مثلاً $2<7$, $3<5$, $0<1$ وغیرہ

> علامت ≥ "سے بڑا یا برابر ہے" کو ظاہر کرنے کے لیے اور علامت ≤ "سے چھوٹا یا برابر ہے" کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر
> $x \geq 4$ کا مطلب ہے "$x$ بڑا یا برابر ہے 4 سے" اور $x \leq 4$ کا مطلب ہے "$x$ چھوٹا یا برابر ہے 4 سے"

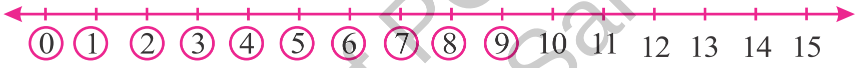
**مثال 1:** نمبر لائن کی مدد سے مکمل اعداد لکھیے۔

(i) 10 سے کم (ii) 6 سے زیادہ (iii) $\geq 9$ (iv) $\leq 5$ (v) $>7$ مگر $<15$ (vi) $\geq 2$ مگر $\leq 12$

**حل:**

(i) 10 سے کم

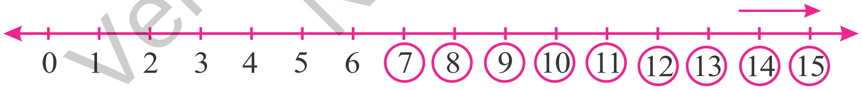
ہم 10 سے کم مکمل اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے اُن کے گرد دائرے لگا دیتے ہیں۔




0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 مطلوبہ 10 سے کم مکمل اعداد ہیں۔

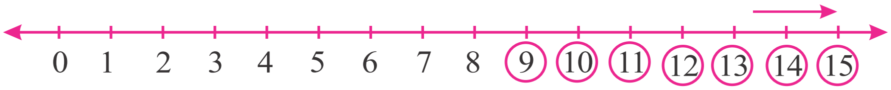
(ii) 6 سے زیادہ

ہم 6 سے زیادہ مکمل اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے اُن کے گرد دائرے لگا دیتے ہیں۔




7,8,9,10,.... مطلوبہ 6 سے زیادہ مکمل اعداد ہیں۔

(iii) $\geq 9$



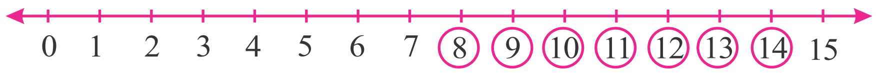

9,10,11,12.... مطلوبہ مکمل اعداد ہیں۔

(iv) $\leq 5$

0,1,2,3,4,5 مطلوبہ مکمل اعداد ہیں۔

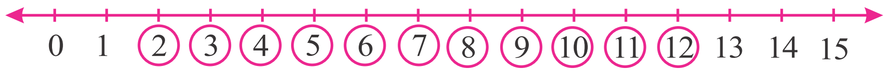
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

(v) >7 مگر <15




8,9,10,11,12,13,14 مطلوبہ مکمل اعداد ہیں۔

(vi) ≥2 مگر ≤12

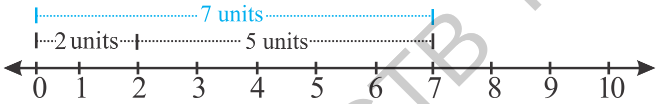



2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13 مطلوبہ مکمل اعداد ہیں۔

**مثال 2:** نمبر لائن کی مدد سے 2 اور 5 کا مجموعہ لکھیے۔

**حل:**

نمبر لائن کھینچیں اور 2 سے دائیں طرف آگے بڑھیں۔




پس، 2 اور 5 کا مجموعہ ہے۔ 2+5=7

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 2.1

**1** درج ذیل مکمل اعداد میں سے ہر ایک کا اگلا عدد اور پچھلا عدد لکھیے۔

(i) 36 (ii) 74 (iii) 199 (iv) 350 (v) 789

**2** 509 سے آگے مسلسل تین مکمل اعداد لکھیے۔

**3** 6 سے چھوٹے قدرتی اعداد لکھیے۔

**4** درج ذیل اعداد کے جوڑوں میں سے بتایے کون سا عدد بڑا ہے؟

(i) 345, 435 (ii) 889, 989 (iii) 1010, 1001

(iv) 5342, 3425 (v) 10100, 10010 (vi) 13791, 13971

**5** مکمل اعداد لکھیے۔

(i) >9 مگر <15 (ii) 7 سے چھوٹے (iii) 15 سے بڑے (iv) >73 مگر <99

(v) ≤ 11 (vi) ≥5 (vii) ≥57 مگر ≤ 64 (viii) ≥82 مگر <94

(ix) >23 مگر ≤34 (x) ≥48 مگر ≤ 51

**6** دیے گئے مکمل اعداد کو نمبر لائن پر ظاہر کیجیے۔

(i) 0، 3، 5 اور 9 (ii) 4، 8، 12 اور 13 (iii) $< 5$ (iv) $\geq 74$ (v) $4 <$ مگر $< 12$ (vi) $6 \leq$ مگر $\leq 15$

**7** نمبر لائن کی مدد سے درج ذیل نمبروں کو جمع کیجیے۔

(i) 1 اور 3 (ii) 3 اور 4 (iii) 2 اور 9

## 2.2 مکمل اعداد کی جمع اور تفریق

**مثال 1:** دیے گئے مکمل اعداد کو جمع کریں۔

(i) 95 + 63 (ii) 634 + 179 + 358 (iii) 9056 + 8172

**حل:**

دیے گئے اعداد کو جمع کرنے کے لیے ہر ہندسے کو اُس کی مقامی قیمت کے مطابق عمودی کالم میں لکھیں۔

(i) 95 + 63

| | T | U |
|---|---|---|
| ① | 9 | 5 |
| + | 6 | 3 |
| 1 | 5 | 8 |

∵ 5 + 3 = 8
9 + 6 = 15

95 + 63 = 158

(ii) 634 + 179 + 358

| | H | T | U |
|---|---|---|---|
| ① | ① | ② | |
| | 6 | 3 | 4 |
| | 1 | 7 | 9 |
| + | 3 | 5 | 8 |
| 1 | 1 | 7 | 1 |

∵ 4 + 9 + 8 = 21
2 + 3 + 7 + 5 = 17
1 + 6 + 1 + 3 = 11

634 + 179 + 358 = 1171

(iii) 9056 + 8172

| | Th | H | T | U |
|---|---|---|---|---|
| ① | | ① | | |
| | 9 | 0 | 5 | 6 |
| + | 8 | 1 | 7 | 2 |
| 1 | 7 | 2 | 2 | 8 |

∵ 6 + 2 = 8
5 + 7 = 12
1 + 1 = 2
9 + 8 = 17

پس، 9056 + 8172 = 17228

**مثال 2:** تفریق کیجیے۔

(i) 842 – 391 (ii) 2105 – 1726

**حل:**

تفریق کرنے کے لیے ہر ہندسے کو اُس کی مقامی قیمت کے مطابق عمودی کالم میں لکھیں۔

(i) 842 – 391

| | H | T | U |
|---|---|---|---|
| | 7 | 14 | |
| | ~~8~~ | ~~4~~ | 2 |
| – | 3 | 9 | 1 |
| | 4 | 5 | 1 |

∵ 2 – 1 = 1
14 – 9 = 5
7 – 3 = 4

842 – 391 = 451

(ii) 2105 – 1726

| | Th | H | T | U |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 10 | 9 | 15 |
| | ~~2~~ | ~~1~~ | ~~0~~ | ~~5~~ |
| – | 1 | 7 | 2 | 6 |
| | | 3 | 7 | 9 |

∵ 15 – 6 = 9
9 – 2 = 7
10 – 7 = 3
1 – 1 = 0

2105 – 1726 = 379

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 2.2

**1** حل کیجیے۔

(i) 486 + 732 (ii) 654 + 198 (iii) 811 – 356
(iv) 923 – 437 (v) 1096 + 4833 (vi) 4001 – 809
(vii) 5121 – 2674 (viii) 815 + 186 + 334 (ix) 650 + 809 + 97

**2** ہر خانے میں دُرست ہندسہ لکھیے۔

(i)
```
  □ 4 3
+ 2 5 □
-------
  9 □ 7
```

(ii)
```
  4 9 1
+ □ 8 □
-------
  6 □ 6
```

(iii)
```
  □ 2 3
+ 2 □ 4
  3 4 □
-------
  7 5 2
```

(iv)
```
  6 9 7
– □ 5 □
-------
  1 □ 4
```

(v)
```
  2 □ 6
– □ 6 □
-------
    7 6
```

(vi)
```
  6 3 2 □
– □ □ □ 9
---------
  2 0 1 4
```

**3** پہلے پانچ مکمل اعداد کا مجموعہ لکھیے۔

**4** سب سے چھوٹے تین ہندسی عدد اور سب سے بڑے دو ہندسی عدد کا مجموعہ لکھیے۔

**5** سب سے چھوٹے چار ہندسی مکمل عدد اور سب سے بڑے تین ہندسی مکمل عدد کے درمیان فرق لکھیے۔

**6** سب سے چھوٹے مکمل عدد کو سب سے چھوٹے قدرتی عدد میں سے تفریق کیجیے۔

## 2.2.1 جمع کے قوانین

### قانونِ مبادلہ

دو مکمل اعداد کو باہم جمع کرتے ہوئے اُن کی ترتیب بدلنے سے حاصل جمع تبدیل نہیں ہوتا۔ مثال کے طور پر دو مکمل اعداد 4 اور 6 کو دونوں طرح سے جمع کرتے ہیں۔

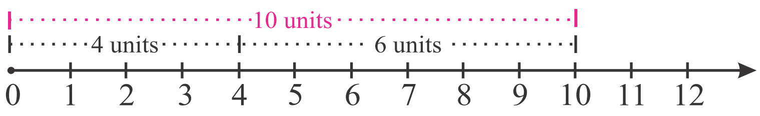
$$4 + 6 = 10$$

اب ہم ترتیب بدل کے جمع کرتے ہیں۔

$$6 + 4 = 10$$

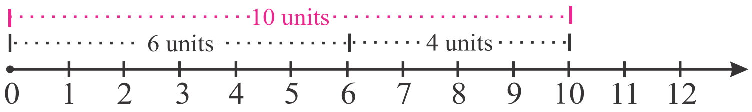
ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ترتیب بدلنے سے حاصل جمع تبدیل نہیں ہو رہا ہے۔ اِس کی پڑتال ہم دی گئی نمبر لائن کی مدد سے کر سکتے ہیں۔

- 4 سے شروع کریں اور دائیں طرف 6 اکائیوں تک آگے بڑھیں۔




Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

- اب 6 سے شروع کریں اور دائیں طرف 4 اکائیوں تک آگے بڑھیں۔




یہ دیکھ سکتے ہیں کہ: $4+6=6+4=10$۔ اس کو قانونِ مبادلہ بلحاظ جمع کہتے ہیں۔

- **قانونِ تلازم**

تین مکمل اعداد کو جمع کرتے ہوئے کوئی سے بھی دو اعداد کو پہلے جمع کیا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر 2، 3 اور 4 تین مکمل اعداد ہیں۔ اب دیے گئے بیان کے مطابق ہم اس کی پڑتال کرتے ہیں۔

$$(2+3)+4=2+(3+4)$$
$$5+4=2+7$$
$$9=9$$

یہاں $(2+3)+4=2+(3+4)$ ہے۔ اِس کو قانونِ تلازم بلحاظ جمع کہتے ہیں۔

> تلازم اور مبادلہ کے قوانین بلحاظ تفریق قابلِ عمل نہیں ہوتے۔
> - $6-4 \neq 4-6$
> - $(4-3)-2 \neq 4-(3-2)$

## 2.2.2 جمعی ذاتی عنصر

درج ذیل مثالوں پر غور کریں۔

(i) $1+0=1$ (ii) $0+9=9$

مندرجہ بالا سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ مکمل عدد اور صفر کا مجموعہ ہمیشہ مکمل عدد از خود ہوتا ہے۔ یہاں '0' کو جمعی ذاتی عنصر کہتے ہیں۔

## مشق 2.3

**1** مبادلہ اور تلازم کے قوانین کی مدد سے خالی خانے پُر کیجیے۔

(i) $14+\square=9+14$
(ii) $(1+\square)+2=\square+(4+2)$
(iii) $(\square+\square)+5=1+(3+\square)$
(iv) $4+11=\square+\square$
(v) $(5+7)+9=\square+(\square+\square)$
(vi) $\square+7=\square+6$
(vii) $11+\square=13+\square$
(viii) $(5+\square)+\square=\square+(10+15)$

**2** ثابت کیجیے اور قانون کی شناخت کیجیے۔

(i) $5+3=3+5$
(ii) $11+14=14+11$
(iii) $26+49=49+26$
(iv) $6+(9+15)=(6+9)+15$
(v) $1+(2+3)=(1+2)+3$
(vi) $65+105=105+65$
(vii) $(44+66)+55=44+(66+55)$
(viii) $(10+100)+1000=10+(100+1000)$
(ix) $123+(231+321)=(123+231)+321$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 2.3 مکمل اعداد کی ضرب اور تقسیم

ہم جانتے ہیں کہ ضرب مسلسل جمع کا عمل ہوتا ہے۔ اگر ہمارے پاس 4 ڈبے ہوں اور ہر ڈبے میں 12 پنسلیں ہوں تو ہمارے پاس کُل پنسلیں ہوتی ہیں۔

$$12+12+12+12=48$$

ہم یہ نتیجہ 12 کو چار بار جمع کرنے کی بجائے 12 کو 4 سے ضرب دینے سے بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

جیسے کہ: $12+12+12+12=4\times 12=48$

ہم مندرجہ بالا کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں $12=4\div 48$ ۔ اِس سے ظاہر ہوتا ہے کہ تقسیم کا عمل ضرب کا اُلٹ ہوتا ہے۔ درج ذیل مثالوں پر غور کریں۔

**مثال 1:** دیے گئے مکمل اعداد کو ضرب دیں۔

(i) 74, 23 (ii) 407, 115 (iii) 888, 56

**حل:**

(i) $74\times 23$

```
     7 4
   × 2 3
   -----
   2 2 2
 +1 4 8 ×
 -------
 1 7 0 2
```

پس: $74\times 23=1702$

(ii) $407\times 115$

```
       4 0 7
     × 1 1 5
   ---------
     2 0 3 5
     4 0 7 ×
 + 4 0 7 × ×
 -----------
   4 6 8 0 5
```

پس: $407\times 115=46805$

(iii) $888\times 56$

```
       8 8 8
     ×   5 6
   ---------
     5 3 2 8
 + 4 4 4 0 ×
 -----------
   4 9 7 2 8
```

پس: $888\times 56=49728$

**مثال 2:** 27552 کو 112 پر تقسیم کریں۔

**حل:**

```
          2 4 6
      -----------
  112 ) 2 7 5 5 2
        2 2 4
        -----
          5 1 5
          4 4 8
          -----
            6 7 2
            6 7 2
            -----
                0
```

پس: $27552\div 112=246$

**مثال 3:** بڑا ترین 5 ہندسی عدد معلوم کریں جو 145 سے تقسیم ہو سکے۔

**حل:**

ہم جانتے ہیں کہ بڑا ترین 5 ہندسی عدد 99999 ہے۔

```
              6 8 9      ← (حاصلِ تقسیم)
        -----------
  145 ) 9 9 9 9 9        ← (مقسوم علیہ)
(شمار کنندہ)
        8 7 0
        -------
        1 2 9 9
        1 1 6 0
        -------
          1 3 9 9
          1 3 0 5
          -------
              9 4        ← (باقی)
```

پس مطلوبہ عدد $=99999-94=99905$

**مثال 4:** چھوٹا ترین 4 ہندسی عدد معلوم کریں جو 135 سے مکمل تقسیم ہو سکے۔

**حل:**

ہم جانتے ہیں کہ چھوٹا ترین 4 ہندسی عدد 1000 ہے۔

```
            7
        ---------
  135 ) 1 0 0 0
          9 4 5
        -------
            5 5
```

یہ مطلوبہ عدد حاصل کرنے کے لیے 135 میں سے 55 تفریق کریں۔ $135-55=80$

پس مطلوبہ عدد $1000+80=1080$ ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 2.4

1 درج ذیل مکمل اعداد کا حاصل ضرب لکھیے۔

(i) 87 , 62 (ii) 59 , 91 (iii) 101 , 77 (iv) 456 , 150 (v) 372 , 84 (vi) 762 , 309
(vii) 2468 , 111 (viii) 1357 , 123 (ix) 1572 , 241

2 حل کیجیے۔

(i) $748 \div 11$ (ii) $1125 \div 9$ (iii) $3345 \div 15$ (iv) $7854 \div 7$ (v) $6136 \div 52$
(vi) $9801 \div 81$ (vii) $6216 \div 111$ (viii) $54756 \div 234$ (ix) $14985 \div 135$

3 چھوٹے ترین 4 ہندسی عدد اور بڑے ترین 2 ہندسی عدد کا حاصلِ ضرب معلوم کیجیے۔

4 چھوٹا ترین 3 ہندسی عدد معلوم کیجیے جو 16 سے مکمل طور پر تقسیم ہو سکے۔

5 بڑا ترین 3 ہندسی عدد معلوم کیجیے جو 24 سے مکمل طور پر تقسیم ہو سکے۔

### 2.3.1 ضرب کے قوانین

ہم مکمل اعداد کے جمع کے قوانین کو پڑھ چکے ہیں۔ اب ہم ضرب کے قوانین پر بحث کرتے ہیں جو نیچے دیے گئے ہیں۔

- **قانونِ مبادلہ**

کوئی سے دو مکمل اعداد لیتے ہیں جیسے کہ 2,3 اور اُنھیں دی گئی ترتیب کے مطابق ضرب دیتے ہیں۔

$$2 \times 3 = 6$$

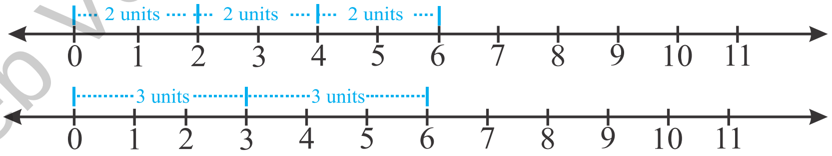
اب اِن کی ترتیب بدلیں اور دوبارہ ضرب دیں۔

$$3 \times 2 = 6$$

یہاں ترتیب بدلنے کے بعد نتیجہ یکساں ہے۔ لہٰذا

$$a \times b = b \times a$$ تمام $a, b \in W$ کے لیے

نتیجہ کی تصدیق نمبر لائن کے ذریعے بھی کی جا سکتی ہے۔




- **قانونِ تلازم**

کوئی سے تین مکمل اعداد جیسے 2,3 اور 5 لیں۔ اب اِن کی قانونِ تلازم کے مطابق پڑتال کریں۔

$$(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5)$$
$$6 \times 5 = 2 \times 15$$
$$30 = 30$$

پس مکمل اعداد میں قانونِ تلازم بلحاظ ضرب پایا جاتا ہے۔ یعنی $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ تمام $a, b, c \in W$ کے لیے۔
ہم اِس کی تعریف یوں بھی کر سکتے ہیں۔ تین مکمل اعداد کو ضرب دیتے ہوئے بریکٹوں کی پوزیشن بدلنے سے نتیجہ یکساں رہتا ہے۔

> قوانین مبادلہ اور تلازم بلحاظ تقسیم ثابت نہیں ہوتے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 2.4 مکمل اعداد کی جمع (تفریق) پر ضرب

### قوانین تقسیمی

کوئی سے تین مکمل اعداد 3,2 اور 4 لیتے ہیں اور ان میں سے ایک مکمل عدد کو دوسرے دو مکمل اعداد کی جمع سے ضرب دیتے ہیں۔

$$2 \times (3 + 4) = 2 \times (7) = 14$$

اب ہم اختصار سے پہلے بریکٹوں کو کھول دیتے ہیں۔

پہلے 2 کو 3 سے اور پھر 2 کو 4 سے ضرب دیں۔ اور دونوں کے حاصلِ ضرب کے درمیان جمع کی علامت لگائیں۔

$$2 \times 3 + 2 \times 4 = 6 + 8 = 14$$

پس یہ ثابت ہوا کہ $2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$

یہ ضرب کا قانونِ تقسیمی بلحاظ جمع کہلاتا ہے۔ اسی طرح ہم قانونِ تقسیمی بلحاظ تفریق بھی ثابت کر سکتے ہیں۔

$$3 \times (4 - 2) = 3 \times 4 - 3 \times 2$$

پس قانونِ تقسیمی کے مطابق ہے

(i) $a \times (b + c) = ab + ac$

(ii) $a \times (b - c) = ab - ac$

تمام $a, b, c \in W$ کے لیے

### 2.4.1 ضربی ذاتی عنصر

درج ذیل مثالوں پر غور کریں۔

(i) $1 \times 8 = 8$ (ii) $11 \times 1 = 11$

مندرجہ بالا مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ کسی مکمل عدد اور 1 کا حاصلِ ضرب ہمیشہ وہ مکمل عدد از خود ہوتا ہے۔ اِس لیے 1 ضربی ذاتی عنصر کہلاتا ہے۔

## مشق 2.5

**1** ضرب کے قوانین کی مدد سے خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

(i) $\square \times 2 = \square \times 4$ (ii) $7 \times 9 = \square \times \square$ (iii) $3 \times (9 - 6) = 3 \times 9 - 3 \times \square$

(iv) $5 \times \square = 6 \times \square$ (v) $2 \times (1 + 2) = \square \times 1 + 2 \times 2$ (vi) $7 + (1 + 6) = (7 + 1) + \square$

(vii) $3 \times (2 \times 5) = (\square \times \square) \times \square$ (viii) $1 \times (\square - \square) = \square \times 11 - \square \times 12$

(ix) $\square \times (11 \times 9) = (2 \times 11) \times \square$ (x) $9 \times (\square + 4) = \square \times 5 + \square \times \square$

**2** درج ذیل میں جو قانون استعمال ہوا ہے اُس کی شناخت اور اُسے ثابت کیجیے۔

(i) $3 + 2 = 2 + 3$ (ii) $1 \times (3 \times 2) = (1 \times 3) \times 2$ (iii) $9 + (11 + 13) = (9 + 11) + 13$

(iv) $8 \times 7 = 7 \times 8$ (v) $2 \times (1 + 5) = (2 \times 1) + (2 \times 5)$ (vi) $100 + (99 + 50) = (100 + 99) + 50$

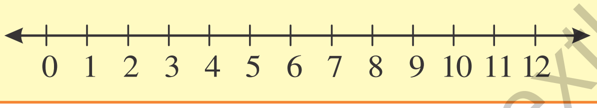
(vii) $3 \times (4 - 1) = (3 \times 4) - (3 \times 1)$ (viii) $10 \times (5 - 7) = (10 \times 5) - (10 \times 7)$

(ix) $25 \times (10 + 8) = (25 \times 10) + (25 \times 8)$ (x) $100 \times (11 + 13) = (100 \times 11) + (100 \times 13)$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## خلاصہ

- اشیا کی گنتی کے لیے استعمال ہونے والے اعداد قدرتی اعداد کہلاتے ہیں۔
- قدرتی اعداد اور 0 مل کر مکمل اعداد بناتے ہیں۔
- قانونِ مبادلہ کے مطابق دو مکمل اعداد کو باہم جمع یا ضرب دیتے ہوئے ترتیب بدلنے سے نتیجہ تبدیل نہیں ہوتا۔
- قانونِ تلازم کے مطابق تین مکمل اعداد کو ضرب یا جمع کرتے ہوئے کوئی سے بھی دو مکمل اعداد کو پہلے ضرب یا جمع کر سکتے ہیں۔
- مکمل اعداد نمبر لائن پر ظاہر کیے جا سکتے ہیں۔




## نظرِ ثانی مشق 2

**1** 4 سے چھوٹے مکمل اعداد لکھیے۔

**2** مکمل اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے نمبر لائن کھینچیں۔

(i) 1,5,10 (ii) < 7 (iii) >100

**3** نمبر لائن کی مدد سے جمع کیجیے۔

(i) 3 اور 2 (ii) 6 اور 1 (iii) 5 اور 4

**4** حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(i) 678+322 (ii) 1234+2345 (iii) 6565+1144 (iv) 1000–789 (v) 7350–1846

(vi) 9999–999 (vii) 999×111 (viii) 123×45 (ix) 1122×786 (x) 5782÷49

(xi) 6655÷55 (xii) 15129÷123

**5** قوانین پہچانیے اور ثابت کیجیے۔

(i) 11×(28+72)=(11×28)+(11×72) (ii) 842+248=248+842

(iii) 333×111=111×333 (iv) 100×(45–21)=(100×45)–(100×21)

(v) 48+(37+55)=(48+37)+55 (vi) 12×(13×14)=(12×13) ×14

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

# معروضی مشق 2

**1** درج ذیل سوالوں کے جوابات دیجیے۔

(i) عدد کسے کہتے ہیں؟

(ii) ہندسی علامات کن کو کہتے ہیں؟

(iii) 0 جمعی ذاتی عنصر کیوں کہلاتا ہے؟

(iv) 0 سے اگلا مکمل عدد کون سا ہے؟

(v) قانون مبادلہ بلحاظ جمع کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

**2** خالی جگہ پُر کیجیے۔

(i) ..................... اور قدرتی اعداد اکٹھے ہو کر مکمل اعداد بناتے ہیں۔

(ii) اشیا کی گنتی کے لیے استعمال ہونے والے اعداد ..................... کہلاتے ہیں۔

(iii) ایسے اعداد جو 2 پر تقسیم ہو جائیں ..................... اعداد کہلاتے ہیں۔

(iv) ..................... اعداد کے سیٹ کو ظاہر کرنے کے لیے ہم لیٹر W استعمال کرتے ہیں۔

(v) کسی مکمل عدد اور 1 کا حاصل ضرب مکمل عدد از خود ہوتا ہے۔ اِس لیے 1 ..................... ذاتی عنصر کہلاتا ہے۔

**3** دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

(i) 2 پر پورا پورا تقسیم نا ہونے والے اعداد کہلاتے ہیں:

(a) جفت اعداد　(b) قدرتی اعداد　(c) مکمل اعداد　(d) طاق اعداد

(ii) چھوٹا ترین قدرتی عدد ہے:

(a) 0　(b) 1　(c) 2　(d) 3

(iii) قدرتی اعداد کے سیٹ کو اس لیٹر سے ظاہر کرتے ہیں:

(a) E　(b) O　(c) N　(d) W

(iv) ”سے بڑا یا برابر ہے“ کو ظاہر کرنے کے لیے ہم علامت استعمال کرتے ہیں۔

(a) $<$　(b) $\leq$　(c) $>$　(d) $\geq$

(v) دو مکمل اعداد کا حاصل جمع ہوتا ہے ایک:

(a) مفرد عدد　(b) طاق عدد　(c) جفت عدد　(d) مکمل عدد

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یونٹ
3

# عاد اور اضعاف

## تدریسی مقاصد

### اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:

- عاد کی تعریف ایسے عدد کے طور پر کر پائیں جس پر مقسوم علیہ پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔
- اضعاف کی بطور مقسوم علیہ تعریف کر پائیں جس کو کسی عاد سے تقسیم کیا جا سکے۔
- جفت اعداد کی بطور 2 کے اضعاف کی تعریف کریں۔
- طاق اعداد کی تعریف کریں کہ یہ 2 کے اضعاف نہیں ہوتے۔
- مفرد اعداد کی تعریف کریں کہ ان میں صرف دو عاد ہوتے ہیں۔ (پہلا 1 اور دوسرا خود عدد)
- مرکب اعداد کی تعریف کریں کہ ان کے دو سے زیادہ عاد ہوتے ہیں۔
- جانیں کہ 1 نا مفرد اور نا ہی مرکب عدد ہے کیونکہ اس کا صرف ایک عاد ہوتا ہے جو خود 1 ہے۔
- جانیں کہ 1 ہر عدد کا عاد ہوتا ہے۔
- جانیں کہ 2 واحد جفت مفرد عدد ہے جب کہ باقی تمام مفرد اعداد طاق ہیں۔
- ٹیسٹ کی مدد سے معلوم کریں کہ آیا 2,3,4,5,6,8,9,10,11,12,15 اور 25 دیے گیے عدد کو تقسیم کر سکتے ہیں یا نہیں۔
- وضاحت کریں کہ مفرد تجزی کسی عدد کے تمام مفرد اجزائے ضربی معلوم کرنے کا عمل ہوتا ہے۔
- قوت نما کی مدد سے لکھی ہوئی رقوم کو پہچانیں۔
- دیے گئے عدد کی تجزی کریں اور مشترک عادوں کو قوت نما کی مدد سے لکھیں۔
- عادِ اعظم کی وضاحت سب سے بڑے عدد کے طور پر کریں جو دو یا دو سے زیادہ اعداد کا مشترک عاد ہو۔
- دو یا دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم معلوم کریں۔
  - بذریعہ مفرد تجزی
  - بذریعہ تقسیم
- ذو اضعاف اقل کی وضاحت سب سے چھوٹے عدد کے طور پر کریں جو دو یا دو سے زیادہ اعداد کا مشترک ضعف ہوتا ہے۔
- دو یا دو سے زیادہ اعداد کا ذو اضعاف اقل معلوم کریں۔
  - بذریعہ مفرد تجزی
  - بذریعہ تقسیم
- عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل سے متعلق روز مرہ زندگی کے مسائل حل کریں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 3.1 عاد اور اضعاف

### 3.1.1 عاد

ہم جانتے ہیں کہ اگر ایک عدد کو کسی دوسرے عدد سے تقسیم کیا جائے اور باقی 0 بچے تو کہا جاتا ہے کہ پہلا عدد دوسرے عدد پر قابلِ تقسیم ہے۔ مثلاً

$$\begin{array}{r} 18 \\ 1\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ 2\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ 3\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \\ 9\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 18\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array}$$

مندرجہ بالا مثالوں سے یہ معلوم ہوا کہ 18 کا عدد 1، 2، 3، 6، 9 اور 18 سے قابل تقسیم ہے۔ اس لیے یہ اعداد 18 کے عاد کہلاتے ہیں۔ گویا 18 کے عاد 1، 2، 3، 6، 9 اور 18 ہیں۔ اسی طرح ہم کسی بھی عدد کے عاد معلوم کر سکتے ہیں۔

- 12 کے عاد 1، 2، 3، 4، 6 اور 12 ہیں۔
- 15 کے عاد 1، 3، 5 اور 15 ہیں۔
- 42 کے عاد 1، 2، 3، 6، 7، 14، 21 اور 42 ہیں۔

پس، کسی عدد کے عاد کی تعریف یوں کی جا سکتی ہے۔

"ایسا عدد جو دیے گئے عدد کو پورا پورا تقسیم کر دے تو وہ دیے گئے عدد کا عاد کہلاتا ہے۔"

**نوٹ:** 1 سے بڑے ہر عدد کے کم از کم دو عاد ہوتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

### 3.1.2 اضعاف

ایسے تمام اعداد جو کسی دوسرے عدد پر پورے پورے تقسیم ہو جائیں اُس عدد کے اضعاف کہلاتے ہیں۔ مثلاً

- 2 کے اضعاف 2، 4، 6، 8، ... ہیں۔
- 3 کے اضعاف 3، 6، 9، 12، ... ہیں۔

اُوپر دی گئی مثال میں جیسا کہ ہم نے کہا کہ 1، 2، 3، 6، 9 اور 18 عدد 18 کے عاد ہیں۔ اُسی طرح ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ 18 ضعف ہے 1، 2، 3، 6، 9 اور 18 کا۔

2 کے اضعاف ہیں: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, (18), 20, ...

3 کے اضعاف ہیں: 3, 6, 9, 12, 15, (18), 21, ...

9 کے اضعاف ہیں: 9, (18), 27, ...

پس کوئی عدد اپنے ہر عاد کا ضعف ہوتا ہے۔ اس کے علاوہ یہ بھی دیکھا جا سکتا ہے کہ کسی عدد کا ضعف اُس عدد کے برابر یا اُس سے بڑا ہوتا ہے۔

## 3.1.3 قدرتی اعداد کی اقسام

قدرتی اعداد کی تقسیم دو طرح کے گروہوں میں کی جاتی ہے۔ جفت اور طاق اعداد یا مفرد اور مرکب اعداد۔

**جفت اعداد:** ایسے اعداد جو 2 پر پورے پورے تقسیم ہو جائیں جفت اعداد کہلاتے ہیں۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ 2 کے تمام اضعاف جفت اعداد ہوتے ہیں۔ اس کا مطلب ہے کہ 2، 4، 6، 8،...... تمام جفت اعداد ہیں کیونکہ تمام اعداد 2 کے اضعاف ہیں۔ جفت اعداد کے سیٹ کو لیٹر E سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$E = \{2,4,6,8,...\}$$

**طاق اعداد:** ایسے اعداد جو 2 پر پورے پورے تقسیم نہ ہوں، طاق اعداد کہلاتے ہیں۔ یہ بھی کہا جا سکتا ہے کہ ایسے اعداد جو 2 کے اضعاف نہیں، طاق اعداد ہوتے ہیں یعنی 1، 3، 5، 7 تمام طاق اعداد ہیں۔ طاق اعداد کے سیٹ کو لیٹر O سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$O = \{1,3,5,7,...\}$$

**مفرد اعداد:** ایسا عدد جس کے صرف دو عاد ہوں، پہلا 1 اور دوسرا خود عدد، مفرد عدد کہلاتا ہے۔ یعنی 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19،...... تمام مفرد اعداد ہیں۔ مفرد اعداد کے سیٹ کو لیٹر $P$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$P = \{2,3,5,7,11,13,...\}$$

2 وہ واحد مفرد عدد ہے جو جفت ہے باقی تمام مفرد اعداد طاق ہیں۔

**مرکب اعداد:** ایسا عدد جس کے 1 اور اپنے علاوہ اور بھی عاد ہوں مرکب اعداد کہلاتے ہیں۔ یا پھر ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایسے اعداد جن کے دو سے زیادہ عاد ہوں مرکب اعداد کہلاتے ہیں۔ یعنی 4، 6، 8، 9، 10،...... تمام مرکب اعداد ہیں کیونکہ ان میں سے ہر ایک عدد کے دو سے زیادہ عاد ہیں۔ مرکب اعداد کے سیٹ کو لیٹر $C$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ...\}$$

**نوٹ:** 1 ایسا عدد ہے جو نا مفرد اور نا ہی مرکب ہے کیونکہ اس کا صرف ایک عاد ہے جو از خود 1 ہے۔

**مثال 1:** درج ذیل تمام اعداد کے عاد لکھیے۔

(i) 56 (ii) 121

**حل:**

(i) 56

56 کے عاد معلوم کرنے کے لیے 1 سے شروع کرتے ہوئے آگے بڑھتے جائیں۔

$$\begin{aligned} 56 &= 1 \times 56 \\ &= 2 \times 28 \\ &= 4 \times 14 \\ &= 7 \times 8 \end{aligned}$$

پس، 56 کے عاد 1، 2، 4، 7، 8، 14، 28 اور 56 ہیں۔

(ii) 121

$$\begin{aligned} 121 &= 1 \times 121 \\ &= 11 \times 11 \end{aligned}$$

پس 121 کے عاد 1، 11 اور 121 ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 3.1

1 درج ذیل اعداد میں سے ہر ایک کے تمام عاد لکھیے۔

(i) 21 (ii) 36 (iii) 48 (iv) 99

2 درج ذیل اعداد میں سے ہر ایک کے پہلے پانچ اضعاف لکھیے۔

(i) 3 (ii) 5 (iii) 9 (iv) 12

3 طاق اور جفت اعداد کو الگ الگ لکھیے۔

(i) 135 (ii) 342 (iii) 1112 (iv) 5008
(v) 9427 (vi) 8134 (vii) 10006 (viii) 78965

4 درمیان کے تمام مفرد اعداد لکھیے۔

(i) 10 اور 50 (ii) 25 اور 60 (iii) 32 اور 48 (iv) 76 اور 90

5 100 سے چھوٹے ایسے تمام اعداد لکھیے جو 5 اور 10 کے اضعاف ہیں۔

6 50 سے چھوٹے ایسے تمام اعداد لکھیے جو 3 اور 4 کے اضعاف ہوں۔

7 20 سے چھوٹے تمام مرکب اعداد لکھیے۔

8 50 سے پہلے لگاتار آنے والے پانچ مرکب اعداد لکھیے۔

9 15 سے چھوٹے تمام مفرد اعداد لکھیے۔

## 3.2 قابلِ تقسیم جانچنے کے ٹیسٹ

کوئی عدد کسی دوسرے عدد پر قابل تقسیم ہے یہ معلوم کرنے کے لیے ہم اُس عدد کے ساتھ تقسیم کا عمل کرتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ آیا باقی 0 بچتا ہے یا نہیں۔ مگر یہ عمل مشکل ہے اور اِس کے لیے وقت بھی زیادہ درکار ہوتا ہے۔ یہاں ہم کچھ آسان طریقے سیکھیں گے جن سے معلوم ہو سکے گا کہ ایک عدد دوسرے عدد پر پورا پورا تقسیم ہوگا کہ نہیں۔ ان طریقوں کو قابلِ تقسیم جانچنے کے ٹیسٹ کہتے ہیں۔

i- ایسا عدد جس کا اکائی کا ہندسہ 0، 2، 4، 6 یا 8 میں سے کوئی ہو تو وہ 2 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 670 کا عدد 2 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔ $670 \div 2 = 335$
- 138 کا عدد 2 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ جفت ہے۔ $138 \div 2 = 69$

ii- ایسا عدد جس کے ہندسوں کا مجموعہ 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو وہ عدد خود بھی 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 531 کا عدد 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے ہندسوں کا مجموعہ (5+3+1) 9 ہے جو 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $531 \div 3 = 177$
- 6396 کا عدد 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اِس کے ہندسوں کا مجموعہ (6+3+9+6) 24 ہے جو 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔
$6396 \div 3 = 2132$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

iii- ایسا عدد جس کے اکائی اور دہائی کے دونوں ہندسے 0 ہوں یا اُن کی مدد سے بننے والا عدد 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو وہ عدد خود بھی 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 4500 کا عدد 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے اکائی اور دہائی کے دونوں ہندسے 0 ہیں۔ $4500 \div 4 = 1125$
- 7632 کا عدد 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد (32) بھی 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $7632 \div 4 = 1908$

iv- ایسا عدد جس کا اکائی کا ہندسہ 0 یا 5 میں سے کوئی ایک ہو تو وہ 5 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 2360 کا عدد 5 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔ $2360 \div 5 = 472$
- 2385 کا عدد 5 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ 5 ہے۔ $2385 \div 5 = 477$

v- ایسا عدد جس کا اکائی کا ہندسہ جفت اور اُس کے ہندسوں کا مجموعہ 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو وہ عدد بھی 6 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 642 کا عدد 6 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ جفت ہے اور اس کے ہندسوں کا مجموعہ $(6+4+2=12)$ بھی 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $642 \div 6 = 107$
- 2472 کا عدد 6 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ جفت ہے اور اِس کے ہندسوں کا مجموعہ $(2+4+7+2=15)$ بھی 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $2472 \div 6 = 412$

vi- ایسا عدد جس کے اکائی، دہائی اور سینکڑا کے تمام ہندسے 0 ہوں یا ان سے مل کر بننے والا عدد 8 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو وہ عدد بھی 8 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 89000 کا عدد 8 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی، دہائی اور سینکڑا کے ہندسے 0 ہیں۔ $89000 \div 8 = 11125$
- 7424 کا عدد 8 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے اکائی، دہائی اور سینکڑا کے ہندسوں سے مل کر بننے والا عدد (424) بھی 8 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $7424 \div 8 = 928$

vii- ایسا عدد جس کے ہندسوں کا مجموعہ 9 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو وہ عدد خود بھی 9 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 531 کا عدد 9 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے ہندسوں کا مجموعہ $(5+3+1=9)$ بھی 9 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ یعنی $9 \div 9 = 1$
- 8496 کا عدد 9 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے ہندسوں کا مجموعہ $(8+4+9+6=27)$ بھی 9 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $27 \div 9 = 3$

viii- ایسا عدد جس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہو تو وہ عدد خود بھی 10 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 330 کا عدد 10 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔ $330 \div 10 = 33$
- 12340 کا عدد 10 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔ $12340 \div 10 = 1234$

ix- ایسا عدد جس کے طاق جگہوں کے ہندسوں کے مجموعے اور جفت جگہوں کے ہندسوں کے مجموعے میں فرق 0 ہو یا 11 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو وہ عدد خود بھی 11 پر تقسیم ہو جاتا ہے۔

- 2574 کا عدد 11 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اِس کے طاق جگہوں کے مجموعے اور جفت جگہوں کے ہندسوں کے مجموعے کا فرق 0 ہے۔

طاق جگہوں کے ہندسوں کا مجموعہ : $7 + 2 = 9$ جفت جگہوں کے ہندسوں کا مجموعہ : $5 + 4 = 9$ مجموعوں کا فرق : $9 - 9 = 0$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

- 1749 کا عدد 11 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے طاق جگہوں کے ہندسوں کے مجموعے اور جفت جگہوں کے مجموعے میں فرق 11 ہے۔

طاق جگہوں کے ہندسوں کا مجموعہ : $1 + 4 = 5$ جفت جگہوں کے ہندسوں کا مجموعہ : $7 + 9 = 16$ مجموعوں کا فرق : $16 - 5 = 11$

x- ایسا عدد 12 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ (a) جس کے ہندسوں کا مجموعہ 3 سے پورا پورا تقسیم ہو جائے (b) اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے۔

- 1476 کا عدد 12 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ کیونکہ اس کا اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد (76) بھی 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے اور اس کے ہندسوں کا مجموعہ $(1+4+7+6=18)$ بھی 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $1476 \div 12 = 123$
- 37548 کا عدد 12 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ کیونکہ اس کا اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد (48) بھی 4 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے اور اس کے ہندسوں کا مجموعہ $(3+7+5+4+8=27)$ بھی 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $37548 \div 12 = 3129$

xi- ایسا عدد 15 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے (a) جس کے ہندسوں کا مجموعہ 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے (b) اکائی کا ہندسہ 0 یا 5 ہو۔

- 5175 کا عدد 15 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے ہندسوں $(5+1+7+5=18)$ کا مجموعہ 3 پر تقسیم ہو جاتا ہے اور اس کا اکائی کا ہندسہ 5 ہے۔ $5175 \div 15 = 345$
- 5940 کا عدد 15 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کے ہندسوں $(5+9+4+0=18)$ کا مجموعہ 3 پر تقسیم ہو جاتا ہے اور اس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔ $5940 \div 15 = 396$

xii- ایسا عدد 25 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے اگر اکائی اور دہائی کے ہندسے 0 ہوں یا ان سے بننے والا عدد 25 پر پورا پورا تقسیم ہو جائے۔

- 12300 کا عدد 25 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی اور دہائی کا ہندسہ 0 ہے۔ $12300 \div 25 = 492$
- 9175 کا عدد 25 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کیونکہ اس کا اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بننے والا عدد (75) بھی 25 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔ $9175 \div 25 = 367$

## مشق 3.2

**1** تقسیم کیے بغیر جفت اور طاق اعداد علیحدہ کیجیے۔

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) 6423 | (ii) 8321 | (iii) 6254 | (iv) 989 | (v) 810 | (vi) 8394 |
| (vii) 1234 | (viii) 1357 | (ix) 54321 | (x) 86420 | (xi) 99880 | (xii) 30005 |

**2** کون سے اعداد 3، 4 اور 5 پر پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں؟

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) 762 | (ii) 512 | (iii) 110 | (iv) 968 | (v) 3692 | (vi) 5361 |
| (vii) 1215 | (viii) 7310 | (ix) 1010 | (x) 12345 | (xi) 4952 | (xii) 45678 |

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**3** قابل تقسیم جانچنے کے ٹیسٹوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 8 یا 9 پر پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) 512 | (ii) 333 | (iii) 440 | (iv) 904 | (v) 56565 | (vi) 2968 |
| (vii) 6669 | (viii) 11241 | (ix) 16920 | (x) 11088 | (xi) 9144 | (xii) 6312 |

**4** ایسے اعداد معلوم کیجیے جو 11 پر پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

| | | | |
|---|---|---|---|
| (i) 2550 | (ii) 3673 | (iii) 8415 | (iv) 5155 |
| (v) 135795 | (vi) 21211212 | (vii) 7654321 | (viii) 654313 |

**5** درج ذیل اعداد میں سے کون سے اعداد 12 یا 15 پر پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) 312 | (ii) 576 | (iii) 729 | (iv) 1140 | (v) 1335 | (vi) 4428 |
| (vii) 3150 | (viii) 612 | (ix) 11112 | (x) 12345 | (xi) 23448 | (xii) 70350 |

**6** اعداد معلوم کیجیے جو 25 پر تقسیم ہو جاتے ہیں۔

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| (i) 142300 | (ii) 5412625 | (iii) 810235 | (iv) 1111150 | (v) 626205 | (vi) 100200300 |

## 3.3 تجزی

کسی عدد کو عادوں میں لکھنے کا عمل تجزی کہلاتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی قدرتی عدد کو اس کے عادوں کے حاصلِ ضرب کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔ جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔

- $24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6$

  $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

- $42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$

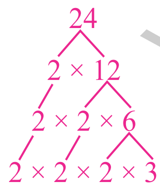
  $42 = 2 \times 3 \times 7$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ عدد 24 کے بہت سے عاد ہیں لیکن ان میں 2,2,2 اور 3 مفرد اعداد ہیں۔ اسی طرح 42 کے بھی بہت سے عاد ہیں لیکن ان میں 2,3 اور 7 مفرد اعداد ہیں۔ ایسی تجزی جس میں کسی عدد کو اس کے مفرد عادوں کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جائے مفرد تجزی کہلاتی ہے۔ اب نیچے دیے گئے عدد 42 کی مفرد تجزی پر غور کیجیے۔

- $42 = 2 \times 21 = 2 \times 3 \times 7$

  $= 3 \times 14 = 3 \times 2 \times 7$

  $= 7 \times 6 = 7 \times 2 \times 3$




اُوپر دیے گئے معاملات میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ تجزی کی ترتیب تو مختلف ہوسکتی ہے مگر مفرد اجزائے ضربی ہمیشہ ایک ہی رہتے ہیں۔ لہٰذا اس سے علم ہوا کہ کسی عدد کے مفرد اجزائے ضربی کو کسی بھی ترتیب میں لکھا جاسکتا ہے مگر ہم اکثر انہیں ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں۔

ہم کسی عدد کے مفرد اجزائے ضربی کو ایک درخت نما ڈائیگرام جسے فیکٹر ٹری کہتے ہیں میں بھی لکھ سکتے ہیں۔

### 3.3.1 قوت نمائی شکل میں لکھنا

درج ذیل اعداد کی مفرد تجزی پر غور کیجیے۔

- $49 = 7 \times 7$
- $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- $125 = 5 \times 5 \times 5$
- $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

اُوپر دیے گئے اعداد کی مفرد تجزی کو مختصراً ایسے بھی لکھا جاسکتا ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

- $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ (5 کا مکعب)
- $7 \times 7 = 7^2$ (7 کا مربع)
- $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (2 کی قوت 5)
- $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ (3 کی قوت 4)

مثال 1: نیچے دیے گیے عادوں کو قوت نمائی شکل میں لکھیے۔

(i) $11 \times 11$ (ii) $3 \times 3 \times 7 \times 7$ (iii) $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

حل:

(i) $11 \times 11 = 11^2$ (ii) $3 \times 3 \times 7 \times 7 = 3^2 \times 7^2$ (iii) $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^3$

مثال 2: درج ذیل اعداد کے مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) 600 (ii) 8820

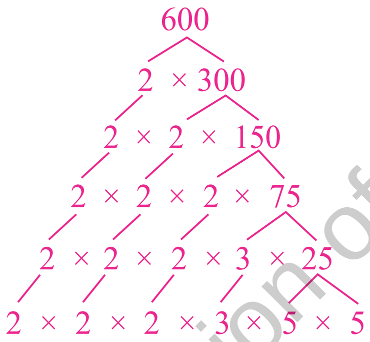
حل:

(i) 600

تقسیم کا طریقہ

| | |
|---|---|
| 2 | 600 |
| 2 | 300 |
| 2 | 150 |
| 3 | 75 |
| 5 | 25 |
| | 5 |

فیکٹری کا طریقہ




پس، 600 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔

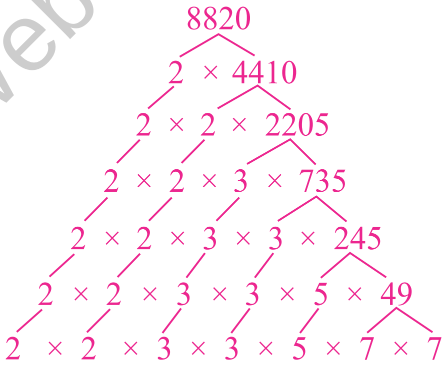
$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5^2$

(ii) 8820

تقسیم کا طریقہ

| | |
|---|---|
| 2 | 8820 |
| 2 | 4410 |
| 3 | 2205 |
| 3 | 735 |
| 5 | 245 |
| 7 | 49 |
| 7 | 7 |
| | 1 |

فیکٹری کا طریقہ




پس، 8820 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔

$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 3.3

**1** درج ذیل عادوں کو قوت نمائی شکل میں لکھیے۔

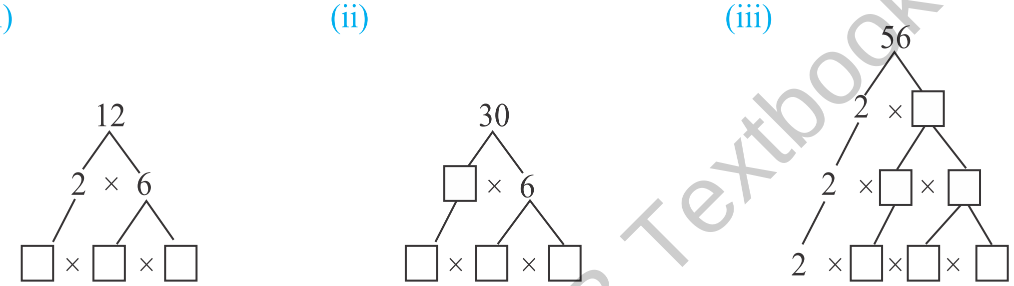
(i) $13 \times 13 \times 13$ (ii) $7 \times 7 \times 7 \times 7$ (iii) $29 \times 29$

(iv) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ (v) $11 \times 11 \times 11 \times 11$ (vi) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(vii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ (viii) $7 \times 7 \times 11 \times 23 \times 23$

**2** فیکٹرٹری کو مکمل کرنے کے لیے خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

(i) (ii) (iii)




**3** تقسیم کے طریقے کی مدد سے دیے گیے اعداد کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

(i) 20 (ii) 36 (iii) 98 (iv) 225 (v) 216 (vi) 441

(vii) 256 (viii) 392 (ix) 5250 (x) 2310 (xi) 2058 (xii) 1248

**4** فیکٹرٹری کی مدد سے دیے گیے اعداد کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

(i) 24 (ii) 36 (iii) 60 (iv) 72 (v) 108 (vi) 462

(vii) 390 (viii) 770

### 3.4.1 عادِ اعظم

آیے 24 اور 30 کے عاد معلوم کرتے ہیں۔

24 کے عاد: 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 12 , 24

30 کے عاد: 1 , 2 , 3 , 5 , 6 , 10 , 15 , 30

یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ 24 اور 30 کے عادوں میں 1، 2، 3 اور 6 مشترک عاد ہیں لیکن 6 ان میں سب سے بڑا ہے۔ اس لیے 6 کو 24 اور 30 کا عادِ اعظم کہتے ہیں۔ اِسی طرح دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔

12 کے عاد: 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 12

18 کے عاد: 1 , 2 , 3 , 6 , 9 , 18

42 کے عاد: 1 , 2 , 3 , 6 , 7 , 14 , 21 , 42

12، 18 اور 42 کے عادوں میں 1، 2، 3 اور 6 مشترک عاد ہیں اور ان میں سب سے بڑا 6 ہے۔ لہٰذا عادِ اعظم بھی 6 ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

بعض اوقات کسی عدد کے تمام ممکنہ عاد لکھنا نہایت مشکل ہوتا ہے۔ اسی مشکل کے حل کے طور پر ہم دیے گئے اعداد کا عادِ اعظم نیچے دیے گئے دو طریقوں سے معلوم کرتے ہیں۔

i- مفرد تجزی کا طریقہ　　　　ii- تقسیم کا طریقہ

## 3.4.2 عادِ اعظم بذریعہ مفرد تجزی

ہم دو یا دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ مفرد تجزی معلوم کر سکتے ہیں۔ اس طریقے کو سمجھنے کے لیے آیے ہم 48،72 اور 132 کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں۔

**مرحلہ 1:** ہر عدد کے مفرد عاد معلوم کریں۔

| | |
|---|---|
| 2 | 132 |
| 2 | 66 |
| 3 | 33 |
| 11 | 11 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 48 |
| 2 | 24 |
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 72 |
| 2 | 36 |
| 2 | 18 |
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

**مرحلہ 2:** ہر عدد کے مفرد عاد لکھ کر تمام سیٹوں میں سے مشترک عاد لکھیں۔

72 کی مفرد تجزی $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

48 کی مفرد تجزی $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

132 کی مفرد تجزی $= 2 \times 2 \times 3 \times 11$

**مرحلہ 3:** عادِ اعظم معلوم کرنے کے لیے ان مشترک عادوں کا حاصلِ ضرب لکھیے۔

$$\mathbf{2 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 = 12}$$

پس، 48،72 اور 132 کا عادِ اعظم 12 ہے۔

## 3.4.3 عادِ اعظم بذریعہ تقسیم

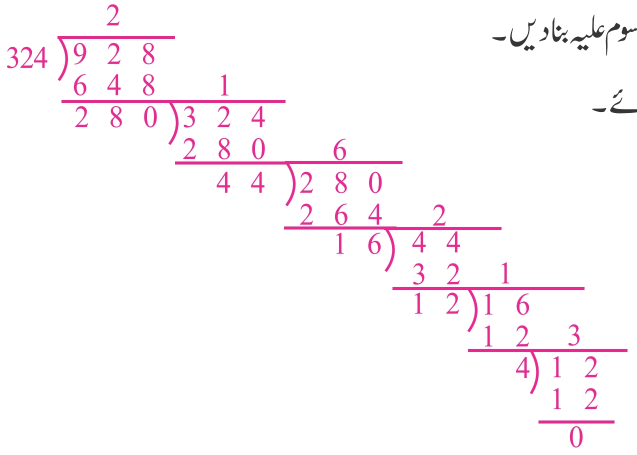
بعض دفعہ ہمیں بہت بڑے اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرنا پڑتا ہے۔ اس طرح کے اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ مفرد تجزی بھی معلوم کرنا بہت مشکل ہو جاتا ہے۔ لہٰذا یہاں ہم دیے گئے اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کرتے ہیں۔ آیے ہم اسے واضح کرنے کے لیے 928 اور 324 کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں۔

**مرحلہ 1:** بڑے عدد کو مقسوم علیہ اور چھوٹے عدد کو تقسیم کنندہ بنا کر تقسیم کا عمل کریں۔

```
              2   ← حاصلِ تقسیم
       ┌──────
 324 ) 9  2  8   ← مقسوم علیہ
       6  4  8
       ───────
       2  8  0   ← باقی
 ↑
تقسیم کنندہ
```

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

**مرحلہ 2:** باقی کو تقسیم کنندہ بنائیں اور پہلے تقسیم کنندہ کو مقسوم علیہ بنادیں۔
اس عمل کو جاری رکھیں تاوقتِ کہ باقی 0 بچ جائے۔



**مرحلہ 3:** آخری تقسیم کنندہ دونوں اعداد کا عاد اعظم ہے۔پس 342 اور 928 کا عاد اعظم 4 ہے۔

**مثال 1:** 108، 96 اور 420 کا عاد اعظم بذریعہ مفرد تجزی معلوم کیجیے۔

**حل:**
96، 108 اور 420 کے مفرد عاد نیچے دیے گئے ہیں۔

| | |
|---|---|
| 2 | 96 |
| 2 | 48 |
| 2 | 24 |
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 108 |
| 2 | 54 |
| 3 | 27 |
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 420 |
| 2 | 210 |
| 3 | 105 |
| 5 | 35 |
| 7 | 7 |
| | 1 |

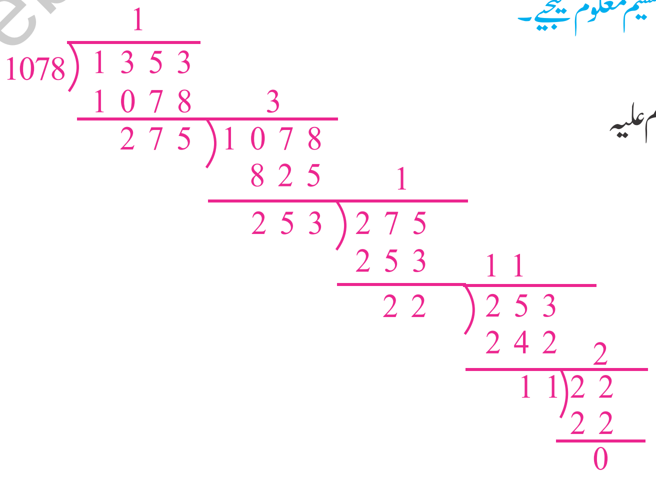
پس

96 کی مفرد تجزی $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
108 کی مفرد تجزی $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
420 کی مفرد تجزی $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$

96، 108 اور 420 کا عاد اعظم ہے: $2\times2\times3 = 4\times3 = 12$

**مثال 2:** 1353، 979 اور 1078 کا عاد اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

**حل:**
تین اعداد میں سے سب سے بڑے عدد کو مقسوم علیہ
اور دوسرے بڑے عدد کو تقسیم کنندہ بنائیں۔



Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

- یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ 1078 اور 1353 کا عادِ اعظم 11 ہے۔ اِن دو اعداد کے عادِ اعظم کو تقسیم کنندہ اور تین اعداد میں سب سے چھوٹے عدد کو مقسوم علیہ بنائیں۔

```
     8 9
11)9 7 9
   8 8
   -----
     9 9
     9 9
   -----
       0
```

پس، 1353، 979 اور 1078 کا عادِ اعظم 11 ہے۔

## مشق 3.4

**1** مشترک عاد معلوم کیجیے۔

(i) 6 اور 10　(ii) 8 اور 12　(iii) 10 اور 15　(iv) 12 اور 18　(v) 20 اور 30　(vi) 28 اور 36

**2** مشترک عادوں کی مدد سے عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

(i) 24, 36　(ii) 25, 45　(iii) 21,49　(iv) 12, 33　(v) 39, 52　(vi) 16, 20
(vii) 4,6,10　(viii) 22, 44, 66　(ix) 35, 20, 45

**3** دیے گئے اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ مفرد تجزی معلوم کیجیے۔

(i) 12, 18　(ii) 22, 55　(iii) 36, 54　(iv) 24، 48　(v) 22, 132　(vi) 60, 72
(vii) 16, 54, 84　(viii) 22,55,110　(ix) 56, 189, 175

**4** دیے گئے اعداد کا عادِ اعظم بذریعہ تقسیم معلوم کیجیے۔

(i) 72, 184　(ii) 63, 112　(iii) 276, 161
(iv) 314, 334　(v) 405, 513　(vi) 128, 340
(vii) 234, 538, 678　(viii) 155, 341, 1302　(ix) 399, 665, 1463

## 3.5 ذو اضعاف اقل

دو یا دو سے زیادہ اعداد کے مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ضعف اُن اعداد کا ذو اضعاف اقل ہوتا ہے۔ نیچے دیے گئے 2 اور 3 کے اضعاف پر غور کریں۔

2 کے اضعاف: 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , 14 , 16 , 18 , ...
3 کے اضعاف: 3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18 , 21 , 24 , ...

یہ غور کیا جا سکتا ہے کہ 2 اور 3 کے مشترک اضعاف 6، 12، 18، .... ہیں۔ لیکن اِن میں 6 سب سے چھوٹا ہے۔ یہاں 2 اور 3 کا ذو اضعاف اقل 6 ہے۔

پس ، ذو اضعاف اقل = 6

اسی طرح ہم دو سے زیادہ اعداد کا ذو اضعاف اقل بھی معلوم کر سکتے ہیں جیسا کہ نیچے دی ہوئی مثال سے ظاہر ہے۔

3 کے اضعاف: 3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18 , 21 , 24 , 27 , 30 , 33 , 36 ...
4 کے اضعاف: 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , 24 , 28 , 32 , 36 , 40 , ...
6 کے اضعاف: 6 , 12 , 18 , 24 , 30 , 36 , 42 , ...

مشترک عاد ہیں: 12,24,36,.....

ذو اضعاف اقل = 12

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

بڑے اعداد کا ذواضعاف اقل بذریعہ اضعاف معلوم کرنا بہت ہی مشکل عمل ہوتا ہے۔اس کے لیے ہم درج ذیل دو طریقے استعمال کرتے ہیں۔

1- مفرد تجزی کا طریقہ　　　2- تقسیم کا طریقہ

آیئے دونوں پر باری باری بحث کرتے ہیں۔

## 3.5.1 ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد تجزی

دیے گئے اعداد کا ذواضعاف اقل ان کے مفرد عادوں کے ذریعے معلوم کیا جا سکتا ہے۔اس کو واضع کرنے کے لیے ہم 36، 48 اور 56 کا ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد تجزی معلوم کرتے ہیں جو نیچے دیا گیا ہے۔

**مرحلہ 1:** ہر عدد کے مفرد عاد معلوم کریں۔

| | |
|---|---|
| 2 | 36 |
| 2 | 18 |
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 48 |
| 2 | 24 |
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 56 |
| 2 | 28 |
| 2 | 14 |
| 7 | 7 |
| | 1 |

**مرحلہ 2:** ہر عدد کے مفرد عاد قوت نمائی شکل میں لکھیں۔ ہر سیٹ میں سے سب سے بڑا عدد چنیں۔

$$36 = 2\times2\times3\times3 = 2^2 \times 3^2$$
$$48 = 2\times2\times2\times2\times3 = 2^4 \times 3$$
$$56 = 2\times2\times2\times7 = 2^3 \times 7$$

$2^4$　$3^2$　$7$

**مرحلہ 3:** ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے چنے ہوئے اعداد کا حاصل ضرب لکھیں۔

پس 36، 48 اور 56 کا ذواضعاف اقل ہے۔

$$2^4\times3^2\times7 = 16\times9\times7 = 1008$$

## 3.5.2 ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم

زیادہ اعداد کی صورت میں ذواضعاف اقل معلوم کرنا بہت مشکل ہو جاتا ہے۔ یہاں ہم تقسیم کا طریقہ استعمال کرتے ہیں جو مفرد تجزی کے طریقے کی نسبت آسان ہے۔اس کو سمجھنے کے لیے ہم 24، 36، 54 اور 81 کا ذواضعاف اقل معلوم کرتے ہیں۔

**مرحلہ 1:** تمام اعداد کو ترتیب سے لکھیں۔

**مرحلہ 2:** کم از کم دو اعداد کے مشترک عاد سے اعداد کو تقسیم کریں۔ (جو تقسیم نہیں ہوتے ان کو ویسے ہی لکھ دیں۔)

**مرحلہ 3:** تب تک عمل دہرائیں جب تک کسی بھی دو اعداد کا مشترک تقسیم کنندہ نا رہے۔

**مرحلہ 4:** تقسیم کنندوں اور باقیوں کا حاصلِ ضرب ذواضعاف اقل ہے۔

| | |
|---|---|
| 2 | 24, 36, 54, 81 |
| 2 | 12, 18, 27, 81 |
| 3 | 6, 9, 27, 81 |
| 3 | 2, 3, 9, 27 |
| 3 | 2, 1, 3, 9 |
| | 2, 1, 1, 3 |

پس 24، 36، 54 اور 81 کا ذواضعاف اقل ہے۔

$$2\times2\times3\times3\times3\times2\times3 = 648$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**مثال 1:** 9، 12 اور 18 کا ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) بذریعہ مشترک اضعاف (ii) بذریعہ مفرد تجزی (iii) بذریعہ تقسیم

### (i) بذریعہ مشترک اضعاف

حل:

9، 12 اور 18 کا ذو اضعاف اقل بذریعہ مشترک اضعاف

9 کے اضعاف : 9 , 18 , 27 , **36** , 45 , 54 , 63 , **72** , 81 , 90 , 99 , **108** ...

12 کے اضعاف : 12 , 24 , **36** , 48 , 60 , **72** , 84 , 96 , **108** ...

18 کے اضعاف : 18 , **36** , 54 , **72** , 90 , **108** , 126 , 144 ...

9، 12 اور 18 کے مشترک اضعاف 36، 72 اور 108 ہیں۔ ذو اضعاف اقل = 36

پس، 9، 12 اور 18 کا ذو اضعاف اقل 36 ہے۔

### (ii) بذریعہ مفرد تجزی

| | |
|---|---|
| 2 | 18 |
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

$2^2$ $3^2$

پس 9، 12 اور 18 کا ذو اضعاف اقل ہے۔ $36 = 2\times2\times3\times3$

### (iii) بذریعہ تقسیم

| | |
|---|---|
| 2 | 9, 12, 18 |
| 3 | 9, 6, 9 |
| 3 | 3, 2, 3 |
| | 1, 2, 1 |

پس 9، 12 اور 18 کا ذو اضعاف اقل ہے۔ $36 = 2\times3\times3\times2$

## 3.5.3 عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل کے درمیان تعلق

کوئی سے دو اعداد جیسے کہ 12 اور 16 لیتے ہیں۔ جن کا عاد اعظم 4 اور ذو اضعاف اقل 48 ہے۔

- عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل کا حاصل ضرب ہے: $4\times48=192$
- دونوں اعداد کا حاصل ضرب ہے: $12\times46=192$

ہم دیکھ سکتے ہیں: $12 \times 16 = 4 \times 18$



Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

اب ہم ایک اور اعداد کا جوڑا مثلاً 15 اور 25 لیتے ہیں۔ جن کا عادِ اعظم 5 اور ذو اضعاف اقل 75 ہے۔

- عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل کا حاصل ضرب ہے: $75 \times 5 = 375$
- دونوں اعداد کا حاصل ضرب ہے: $15 \times 25 = 375$

ہم دوبارہ دیکھ سکتے ہیں کہ: $15 \times 25 = 5 \times 75$

مندرجہ بالا مثالوں سے ہم اخذ کر سکتے ہیں کہ

پہلا عدد × دوسرا عدد = ذو اضعاف اقل × عادِ اعظم

یعنی دو اعداد کا حاصلِ ضرب = دو اعداد کے عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل کا حاصلِ ضرب

**مثال 2:** 27 اور 45 کا عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔ پھر عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل کا حاصلِ ضرب اور دونوں اعداد کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔ دونوں کے درمیان کیا تعلق نظر آتا ہے؟

**حل:**

**تجزی کا طریقہ**

27 کی مفرد تجزی: $= 3 \times 3 \times 3$

45 کی مفرد تجزی: $= 3 \times 3 \times 5$

مشترک مفرد عاد $= 3 \times 3 = 9$

پس 27 اور 45 کا عادِ اعظم 9 ہے۔

27 کی مفرد تجزی: $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

45 کی مفرد تجزی: $3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$

$3^2 \times 3 \times 5$

پس 27 اور 45 کا ذو اضعاف اقل ہے۔ $3^3 \times 5 = 27 \times 5 = 135$

دو اعداد کا حاصلِ ضرب $= 27 \times 45 = 1215$

عادِ اعظم × ذو اضعاف اقل $= 135 \times 9 = 1215$

یہاں یہ دیکھا جا سکتا ہے۔

دو اعداد کا حاصل ضرب = عادِ اعظم × ذو اضعاف اقل

**مثال 3:** دو اعداد کا عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل بالترتیب 33 اور 13860 ہے۔ اگر اعداد میں سے ایک عدد 693 ہے تو دوسرا عدد کیا ہے؟

**حل:**

ہم جانتے ہیں کہ

پہلا عدد × دوسرا عدد = عادِ اعظم × ذو اضعاف اقل

693 × دوسرا عدد $= 33 \times 13860$

دوسرا عدد $= \dfrac{13860 \times 33}{693} = 660$

پس دوسرا عدد 660 ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 3.5

**1** مشترک عادوں کی مدد سے دیے گئے اعداد کا ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 2, 4 (ii) 5, 6 (iii) 3, 4 (iv) 7, 8 (v) 6, 9 (vi) 8, 12
(vii) 7, 14 (viii) 10, 15 (ix) 3, 6, 9 (x) 2, 6, 9 (xi) 4, 8, 12 (xii) 2, 6, 11

**2** مفرد تجزی کی مدد سے دیے گئے اعداد کا ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 18, 24 (ii) 16, 40 (iii) 30, 36 (iv) 28, 44 (v) 20, 32 (vi) 20, 135
(vii) 45, 75 (viii) 36, 84 (ix) 12, 18, 24 (x) 25, 35, 45 (xi) 9, 15, 21 (xii) 25, 50, 75

**3** تقسیم کی مدد سے دیے گئے اعداد کا ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 27, 81, 54 (ii) 18, 45, 63 (iii) 35, 55,100
(iv) 210,140,315 (v) 112, 120, 150 (vi) 144, 180, 300

**4** دو اعداد 525 اور 1155 کا عاد اعظم 105 ہے۔ ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

**5** دو اعداد 660 اور 2100 کا ذو اضعاف اقل 23100 ہے۔ عاد اعظم معلوم کیجیے۔

**6** دو اعداد کا عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل 29 اور 3045 ہے۔ اگر ایک عدد 435 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے۔

**7** دو اعداد کا عاد اعظم 16 اور ان کا حاصل ضرب 3328 ہے۔ ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

## 3.6 عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل کا روزمرّہ زندگی میں استعمال

عاد اعظم اور ذو اضعاف اقل معلوم کرنے کا عمل ہماری زندگی میں ایک اہم کردار ادا کرتا ہے۔ جس کا اظہار نیچے دی گئی مثالوں سے ہو رہا ہے۔

**مثال 1:** وہ لمبا ترین پیمانہ معلوم کیجیے جو 18m، 24m اور 42m لمبی رسیوں کو پورا پورا ماپ سکے۔

**حل:**

پیمانے کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے ہم دی گئی لمبائیوں کا عاد اعظم معلوم کرتے ہیں۔

| | |
|---|---|
| 2 | 42 |
| 3 | 21 |
| 7 | 7 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 24 |
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 18 |
| 3 | 9 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$
$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

18، 24 اور 42 کا عاد اعظم $3\times2=6$ ہے۔ لہٰذا پیمانے کی مطلوبہ لمبائی 6m ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**مثال 2:** ایک ہال کا فرش $1550cm \times 1050cm$ ہے۔اس پر مربع نما ایک ہی سائز کی ٹائلیں لگانا مقصود ہیں تو معلوم کیجیے۔

(i) بڑی ترین ٹائل کا سائز جو پوری پوری استعمال ہوسکیں۔

(ii) ٹائلز کی کم از کم مطلوبہ تعداد جو ہال کے فرش کا پوری طرح احاطہ کرے۔

**حل:**

1550cm اور 1050cm کا عادِ اعظم ہی ہر ٹائل کا بڑا ترین سائز ہوگا۔

پس 1050 اور 1550 کا عادِ اعظم 50 ہے۔

```
          1
1050 ) 1 5 5 0
       1 0 5 0      2
       -------------------
         5 0 0 ) 1 0 5 0
                 1 0 0 0     1 0
                 ----------------
                       5 0 ) 5 0 0
                             5 0 0
                             -----
                               0
```

مربع نما ٹائل کا بڑا ترین سائز ہے $= 50cm \times 50cm$

$= 2500cm^2$

فرش کا رقبہ $= 1550cm \times 1080cm$

$= 1627500cm^2$

کم از کم ٹائلز کی تعداد $= \dfrac{\text{فرش کا رقبہ}}{\text{ٹائل کا رقبہ}}$

$\dfrac{1627500}{2500} = 651$

پس کم از کم مطلوبہ ٹائلز کی تعداد 651 ہے۔

**مثال 3:** فیتے کی 150cm،200cm اور 250cm کی لمبائیوں سے کم از کم لمبائی والے کتنے لمبے اسٹیل راڈ کو پورا پورا ماپ سکتے ہیں؟ معلوم کیجیے۔

**حل:** 150،200 اور 250 کا ذواضعافِ اقل معلوم کرنے سے اسٹیل راڈ کی مطلوبہ لمبائی معلوم کی جاسکتی ہے۔

| | |
|---|---|
| 2 | 200, 150, 250 |
| 5 | 100, 75, 125 |
| 5 | 20, 15, 25 |
| | 4, 3, 5 |

150،200 اور 250 کا ذواضعافِ اقل ہے: $2\times5\times5\times4\times3\times5 = 3000$

پس اسٹیل راڈ کی مطلوبہ لمبائی 3000cm ہے۔

**مثال 4:** چار گھنٹیاں 10 منٹ، 15 منٹ، 24 منٹ اور 30 منٹ کے وقفے سے بجتی ہیں۔ اگر گھنٹیاں بیک وقت 8 بجے بجنا شروع کرتی ہیں تو کس وقت یہ چاروں اکٹھی بجیں گی؟

**حل:**

ہم 10،15،24 اور 30 کا ذواضعافِ اقل معلوم کرکے مطلوبہ وقت بتاسکتے ہیں۔

| | |
|---|---|
| 2 | 30 |
| 3 | 15 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 24 |
| 2 | 12 |
| 2 | 6 |
| 3 | 3 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 3 | 15 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

| | |
|---|---|
| 2 | 10 |
| 5 | 5 |
| | 1 |

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $10 = 2\times5$ | = | 2 | | | × | 5 |
| $15 = 3\times5$ | = | 1 | × | 3 | × | 5 |
| $24 = 2\times2\times2\times3$ | = | $2^3$ | × | 3 | | |
| $30 = 2\times3\times5$ | = | 2 | × | 3 | × | 5 |
| | | $2^3$ | | 3 | | 5 |

10، 15، 24اور 30 کا ذو اضعاف اقل ہے: $2^3\times3\times5$

$120 = 8\times3\times5$

پس مطلوبہ وقت ہے۔120 منٹ = 2 گھنٹے

لہٰذا گھنٹیاں بیک وقت بجیں گی: (8+2) بجے=10 بجے

## مشق 3.6

1 ایسا بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجیے جو108، 180اور 216 کو پورا پورا تقسیم کر سکے۔

2 ایسا چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جو5، 15اور 25 سے پورا پورا تقسیم ہو جائے۔

3 دھاگے کی وہ زیادہ سے زیادہ لمبائی معلوم کیجیے جو $27m$، $45m$اور $63m$ لمبے لکڑی کے بارڈر کو پورا پورا ماپ سکے۔

4 پائپ کی وہ کم از کم لمبائی معلوم کیجیے جو $4m$، $6m$اور $9m$ لمبے فیتوں کی مدد سے پوری پوری ماپ سکیں۔

5 ایک کاپی کے صفحے کی پیمائش $18cm\times24cm$ ہے۔علی اس کو ایک ہی سائز کے مربع نما پیٹرنز سے کوّر کرنا چاہتا ہے۔معلوم کیجیے:

(i) ہر مربع نما پیٹرن کا بڑے سے بڑا ممکنہ رقبہ۔

(ii) مربع نما پیٹرنز کی تعداد جو علی صفحہ کو کوّر کرنے کے لیے بنا سکتا ہے۔

6 صبح کی سیر میں تین دوستوں نے اکٹھے قدم اُٹھانا شروع کیا۔ان کے قدموں کی پیمائش بالترتیب $70cm$، $76cm$ اور $90cm$ ہے۔آغاز کے مقام سے کتنے فاصلے پر تینوں دوست اکٹھے قدم اٹھائیں گے؟

7 دو برتنوں میں بالترتیب 850 لٹر اور 680 لٹر دودھ ہے۔اُس بڑی سے بڑی گنجائش کا برتن معلوم کیجیے جو ہر برتن کے دودھ کو پورا پورا ماپ سکے۔

8 تین جماعتوں میں بالترتیب 364, 416 اور 312 طلبا ہیں۔ان طلبا کو سیر پر لے جانے کے لیے بسیں کرایہ پر لی گئیں۔اگر ہر بس میں برابر برابر تعداد میں طلبا سفر کرتے ہیں تو ہر بس میں بیٹھنے والے زیادہ سے زیادہ طلبا کی تعداد بتائیں۔

9 تین لائٹ ہاؤس کی بجلی بالترتیب 16 سیکنڈ، 24 سیکنڈ اور 40 سیکنڈ کے وقفے سے روشن ہوتی ہے۔اگر ان میں 2 بجے بجلی اکٹھے روشن ہوئی ہے تو کتنے وقفے کے بعد تینوں لائٹ ہاؤس میں اکٹھا بجلی روشن ہوگی؟

10 مناہل ایک $9m$ لمبے اور $1.25m$ چوڑے کپڑے کے ٹکڑے سے برابر سائز کے کچھ رومال تیار کرنا چاہتی ہے۔رومال کا وہ بڑے سے بڑا سائز کیا ہوگا جس کے بعد باقی کپڑا بالکل نہیں بچتا؟

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## خلاصہ

- ایسا عدد جو دیے گئے عدد کو پورا پورا تقسیم کرے اس کا عاد کہلاتا ہے۔
- کسی عدد کو قدرتی اعداد سے ضرب دینے سے اُس عدد کے اضعاف حاصل ہوتے ہیں۔
- ایسے اعداد جو 2 سے قابل تقسیم ہوتے ہیں جفت اعداد کہلاتے ہیں اور جو قابل تقسیم نہیں ہوتے طاق اعداد کہلاتے ہیں۔
- ایسا عدد جس کے صرف دو عاد (1 اور از خود عدد) ہوں مفرد عدد کہلاتا ہے۔ اور ایسا عدد جس کے دو سے زیادہ عاد ہوں مرکب عدد کہلاتا ہے۔
- 1 نا مفرد عدد اور نا ہی مرکب عدد ہے۔
- کسی عدد کو اُس کے مفرد عادوں کی مدد سے لکھنے کے عمل کو مفرد تجزی کہلاتا ہے۔
- دو یا دو سے زیادہ اعداد کے مشترک عادوں میں سب سے بڑے عاد کو عاد اعظم کہتے ہیں۔
- ذو اضعاف اقل وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد ہوتا ہے جو دیے گئے دو یا دو سے زیادہ اعداد کا ضعف ہوتا ہے۔

## نظر ثانی مشق 3

**1** 40 سے چھوٹے ایسے تمام اعداد لکھیے جو:

-i 2 کے اضعاف ہوں۔ -ii 5 کے اضعاف ہوں۔ -iii 7 کے اضعاف ہوں۔ -iv 9 کے اضعاف ہوں۔

**2** 20 سے چھوٹے تمام جفت، طاق، مفرد اور مرکب اعداد لکھیے۔

**3** تقسیم کے عمل کے بغیر بتایے درج ذیل اعداد میں سے کون سے 2، 3 اور 5 پر پورے پورے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

(i) 6420 (ii) 7125 (iii) 5030 (iv) 4132
(v) 11115 (vi) 20004 (vii) 45678 (viii) 32124

**4** قوت نما کی مدد سے دیے گئے اعداد کے مفرد عاد لکھیے۔

(i) 900 (ii) 1296 (iii) 7056 (iv) 39204

**5** مفرد تجزی کی مدد سے عاد اعظم معلوم کیجیے۔

(i) 48,72 (ii) 70,105 (iii) 33,44,77

**6** تقسیم کی مدد سے عاد اعظم معلوم کیجیے۔

(i) 924,1045 (ii) 1505,2982 (iii) 710,1815,945

**7** مفرد تجزی کی مدد سے ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 75,120 (ii) 234, 702 (iii) 75, 125, 350

**8** تقسیم کی مدد سے ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 324, 1053 (ii) 385,1050,1155 (iii) 52, 56, 112, 156

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

9 دو اعداد 2952 اور 2256 کا عادِ اعظم 24 ہے۔ ذو اضعاف اقل معلوم کیجیے۔

10 دو اعداد کا عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل بالترتیب 23 اور 345 ہے۔ اگر ایک عدد 115 ہو تو دوسرا معلوم کیجیے۔

## معروضی مشق 3

1 درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

i- کسی عدد کے عاد کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

ii- مفرد اعداد کی تعریف کیجیے۔

iii- کِس عدد کا صرف ایک عاد ہوتا ہے؟

iv- ہم کیسے بتاتے ہیں کہ کوئی عدد 3 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے؟

v- مفرد تجزی کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

vi- فارمولے کی مدد سے دو اعداد کا اُن کے عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل سے تعلق ظاہر کیجیے۔

2 خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

i- ایسے اعداد جن میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک عاد نہ ہو................اعداد کہلاتے ہیں۔

ii- ایسا عدد جس کے عادوں میں 1 اور از خود عدد کے علاوہ اور بھی عاد ہو................عدد کہلاتا ہے۔

iii- ................واحد جفت مفرد عدد ہے۔

iv- اگر کسی عدد کا اکائی کا ہندسہ 0 یا جفت عدد ہو تو ایسا عدد................پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

v- کسی عدد کو اس کے عادوں کی مدد سے لکھنے کا عمل................کہلاتا ہے۔

3 دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

i- ہر عدد کا عاد ہوتا ہے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

ii- 1 سے بڑے ہر عدد کے کم از کم عاد ہوتے ہیں:

(a) ایک (b) دو (c) تین (d) چار

iii- ایسا عدد 6 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے اگر اس کے اکائی کے ہندسے کی جگہ پر جفت عدد ہو اور اس کے ہندسوں کا مجموعہ پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

(a) 2 پر (b) 3 پر (c) 6 پر (d) 9 پر

iv- 2 اور 3 کا ذو اضعاف اقل ہوتا ہے:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6

v- اگر دو اعداد 4 اور 9 کا ذو اضعاف اقل 36 ہے تو اِن کا عادِ اعظم ہوتا ہے:

(a) 1 (b) 2 (c) 9 (d) 12

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یونٹ
4

# صحیح اعداد

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- جانیں:
  - قدرتی اعداد ......,1,2,3 کو مثبت صحیح اعداد اور منفی اعداد ......,3–,2–,1– کو منفی صحیح اعداد بھی کہتے ہیں۔
  - 0 ایسا صحیح عدد ہے جو نا تو مثبت ہے اور نا ہی منفی۔
- صحیح اعداد کو پہچانیں۔
- نمبر لائن پر صحیح اعداد کو ظاہر کریں۔
- جانیں کہ نمبر لائن پر موجود ہر عدد:
  - صفر کے دائیں طرف مثبت ہوتا ہے۔
  - صفر کے بائیں طرف منفی ہوتا ہے۔
  - جو کسی عدد کے دائیں طرف ہو اُس عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
  - جو کسی عدد کے بائیں طرف ہو اُس عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- جانیں کہ مثبت عدد ہمیشہ منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
- جانیں کہ منفی عدد ہمیشہ مثبت عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
- دیے گئے صحیح اعداد کو صعودی اور نزولی ترتیب میں لکھیں۔
- وضاحت کریں کہ صحیح عدد کی عددی قیمت نمبر لائن پر اس کا صفر سے فاصلہ ظاہر کرتی ہے اور ہمیشہ مثبت ہوتی ہے۔
- صحیح اعداد کی عددی قیمتوں کو صعودی اور نزولی ترتیب میں لکھیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

- نمبر لائن کی مدد سے ظاہر کریں۔
  - دیے گیے دو یا دو سے زیادہ منفی صحیح اعداد کی جمع
  - دیے گیے دو مثبت صحیح اعداد کی تفریق
  - دیے گیے دو صحیح اعداد کی جمع
- درج ذیل تین مرحلوں میں (دو ایک جیسی علامت والے) صحیح اعداد کو جمع کریں۔
  - دیے گیے صحیح اعداد کی عددی قیمتیں معلوم کریں۔
  - عددی قیمتوں کو جمع کریں۔
  - حاصل جمع کو مشترکہ علامت کے ساتھ لکھیں۔
- درج ذیل تین مرحلوں میں دو (مختلف علامتوں والے) صحیح اعداد کو جمع کریں۔
  (a) دیے گئے صحیح اعداد کی عددی قیمتیں معلوم کریں۔
  (b) چھوٹی عددی قیمت کو بڑی میں سے تفریق کریں۔
  (c) بڑی عددی قیمت والے صحیح عدد کی علامت کو حاصل تفریق کے ساتھ لکھیں۔
- جانیں کہ تفریق کا عمل جمع کے عمل کا اُلٹ ہوتا ہے۔
- تفریق کے عمل میں وہ صحیح عدد جو دوسرے صحیح عدد میں سے تفریق کیا جا رہا ہو کی علامت تبدیل کر دی جاتی ہے اور جمع کے اصولوں کے مطابق جمع کر دیا جاتا ہے۔
- پہچانیں کہ:
  - ایک جیسی علامت والے صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔
  - مختلف علامتوں والے صحیح اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ منفی ہوتا ہے۔
- پہچانیں کہ تقسیم کا عمل ضرب کا اُلٹ ہوتا ہے۔
- پہچانیں کہ ایک صحیح عدد کو دوسرے صحیح عدد سے تقسیم کرتے ہوئے:
  - اگر دونوں صحیح اعداد کی علامتیں ایک جیسی ہوں تو حاصل تقسیم مثبت ہوتا ہے۔
  - اگر دونوں صحیح اعداد کی علامتیں مختلف ہوں تو حاصل تقسیم منفی ہوتا ہے۔
  - جانیں کہ صحیح عدد کو 0 سے تقسیم کرنا ممکن نہیں ہوتا۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 4.1 صحیح اعداد

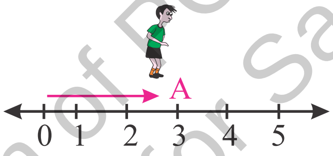
### 4.1.1 مثبت صحیح اعداد

ہم ......,1,2,3 قسم کے اعداد کو پہلے سے جانتے ہیں۔ اِن اعداد کو پچھلے باب میں دیے گئے اصولوں کے مطابق جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کیا جا سکتا ہے، انہیں قدرتی اعداد کہتے ہیں۔اس کے علاوہ یہ مثبت صحیح اعداد بھی کہلاتے ہیں۔

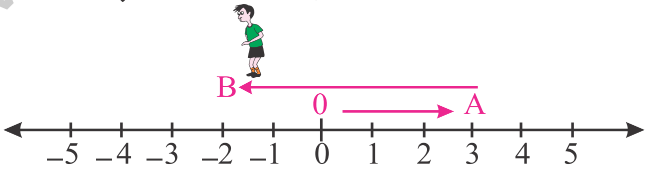
### 4.1.2 منفی صحیح اعداد

ہم جانتے ہیں کہ تمام قدرتی اعداد ....,1,2,3 صفر سے بڑے ہوتے ہیں تو کیا کوئی ایسا عدد بھی ہے جو صفر سے چھوٹا ہو؟ ہم 3 کو 5 میں سے تفریق کر سکتے ہیں جیسا کہ 2=3−5 مگر 5−3 کا کیا نتیجہ نکلتا ہے؟

آیے ان سوالوں کو ایک مثال کی مدد سے حل کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ ولید نے ایک کھیل کھیلنے کا ارادہ کیا۔ اُس نے زمین پر ایک لائن کھینچی اور نقطہ آغاز کے دائیں طرف ہر قدم کے فاصلے پر کچھ اعداد لکھ دیے۔ اس نے اپنی آنکھیں بند کیں اور صفر سے پوائنٹ A تک تین قدم آگے بڑھا۔ اُس نے اپنی آنکھیں کھولیں اور خود کو 3 کے عدد پر کھڑا پایا۔




اُس نے دوبارہ آنکھیں بند کیں اور مڑ کر پوائنٹ A سے کسی پوائنٹ B تک 5 قدم اٹھائے لیکن اس نے جب آنکھیں کھولیں تو خود کو نقطہ آغاز کے بائیں طرف پایا۔ اُس نے اپنی پوزیشن معلوم کرنے کے لیے لائن نقطہ آغاز کے بائیں طرف بھی کھینچ دی اور اُس پر بھی گنتی کے اعداد لکھ دیے مگر اعداد کے ساتھ منفی کی علامت لگا دی تا کہ ظاہر ہو سکے کہ یہ نقطہ آغاز سے بائیں طرف ہیں۔ اب اُس نے مشاہدہ کیا تو وہ 2− کے عدد پر تھا۔




(2− کو منفی 2 پڑھا جاتا ہے۔)

اِس کا مطلب ہوا: $3 - 5 = -2$

اِس لائن کو نمبر لائن کہتے ہیں جو دونوں سمتوں میں ختم ہوئے بغیر بڑھتی جاتی ہے۔ یہاں صفر نقطہ آغاز کے طور پر جانا جاتا ہے۔ اِس طرح ہم حاصل کر سکتے ہیں:

$3 - 8 = -5$ وغیرہ۔ یہ اعداد ..3−, 2−, 1− منفی اعداد کہلاتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ 1 چھوٹا ہے 2 سے اور 0 چھوٹا ہے 1 سے۔ اِس طرح 1− چھوٹا ہے 0 سے اور 2− چھوٹا ہے 1− سے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مکمل اعداد ... ,0, 1, 2 اور منفی اعداد ... ,3–, 2–, 1– مل کر صحیح اعداد بناتے ہیں۔اُنہیں ایسے لکھ سکتے ہیں۔

$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

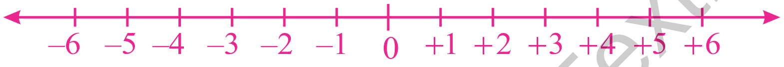
یا

$0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \ldots$

صفر بھی ایک صحیح عدد ہے مگر یہ نا تو مثبت صحیح عدد ہے اور نا ہی منفی صحیح عدد۔

صحیح اعداد سمتی اعداد کے طور پر بھی جانے جاتے ہیں کیوں کہ یہ اعداد پیائش کے ساتھ ساتھ سمت بھی ظاہر کرتے ہیں۔

## 4.2 صحیح اعداد کی ترتیب




ہم نمبر لائن پر دیکھ سکتے ہیں کہ وہ صحیح عدد جو کسی دوسرے صحیح عدد کے بائیں طرف پایا جائے ہمیشہ چھوٹا ہوتا ہے اور وہ صحیح عدد جو کسی دوسرے صحیح عدد کے دائیں طرف پایا جائے ہمیشہ بڑا ہوتا ہے۔مثال کے طور پر صفر نمبر لائن پر تمام مثبت صحیح اعداد کے بائیں طرف ہے۔

اس لیے: $0 < +1, +2, +3, \ldots$

اور صفر نمبر لائن پر منفی صحیح اعداد کے دائیں طرف ہے۔اس لیے: $0 > -1, -2, -3, \ldots$

یا ہم مندرجہ بالا دونوں بیانات یوں لکھ سکتے ہیں۔ $\ldots -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots$

**مثال 1: دیے گئے جوڑوں کے درمیان مناسب علامت < یا > لگائیے۔**

(i) 0, 1　　(ii) –10, –15　　(iii) –100, 10

حل:

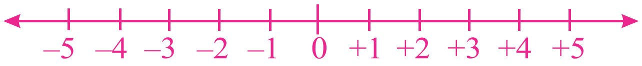
(i) 0, 1 (0 نمبر لائن پر 1 کے بائیں طرف ہے)
$0 < 1$

(ii) –10, –15 (10– نمبر لائن پر 15– کے دائیں طرف ہے)
$-10 > -15$

(iii) –100, 10 (100– نمبر لائن پر 10 کے بائیں طرف ہے)
$-100 < 10$

**مثال 2: صحیح اعداد 3–,4–,5– سے اگلے دو بڑے صحیح اعداد لکھیے۔**

حل: نمبر لائن کھینچیں اور اُس پر دیے گئے تین اور اگلے دو صحیح اعداد ظاہر کریں۔



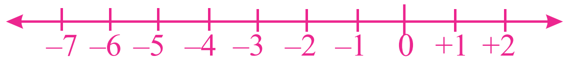

اس نمبر لائن پر ہم دیکھ سکتے ہیں کہ: $-5 < -4 < -3 < -2 < -1$

پس اگلے دو صحیح اعداد 2– اور 1– ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال3: نمبرلائن کی مدد سے 7– اور 2 کے درمیانی صحیح اعداد لکھیے۔

حل:



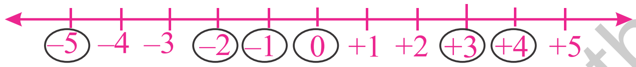

اس نمبرلائن پر ہم دیکھ سکتے ہیں کہ $-7<-6<-5<-4<-3<-2<-1<0<1<2$

پس مطلوبہ صحیح اعداد $-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1$ ہیں۔

مثال4: دیے گئے صحیح اعداد کو ترتیب صعودی اور ترتیب نزولی میں لکھیے۔

$0,-5,-2,4,-1,3$

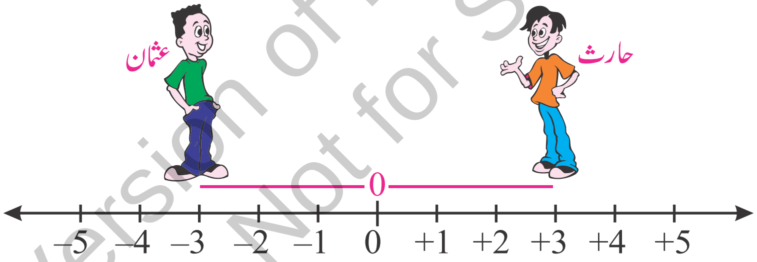
حل: نمبرلائن پر دیے گئے صحیح اعداد کو ظاہر کریں۔




ترتیب صعودی $= -5,-2,-1,0,3,4$ ترتیب نزولی $= 4,3,0,-1,-2,-5$

## 4.3 صحیح عدد کی عددی قیمت

کسی سمتی عدد کی عددی قیمت نمبرلائن پر اس کا صفر سے اُس عدد تک کا فاصلہ ہوتا ہے۔ ہم اس کو ایک مثال سے واضح کرتے ہیں۔ عثمان اور حارث ایک مخصوص مقام سے مخالف سمتوں میں تین تین میٹر چلتے ہیں۔ کس نے زیادہ فاصلہ طے کیا؟ ہم اس فاصلے کو نمبرلائن پر ظاہر کرتے ہیں۔




اُوپر دی گئی نمبرلائن میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ عثمان اور حارث نقطۂ آغاز 0 سے برابر فاصلے پر ہیں۔ لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ 3 اور 3– کی عددی قیمت ایک ہے کیونکہ یہ صرف فاصلہ بتاتی ہے سمت نہیں۔ ہم اس کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$|-3| = -(-3) = 3$ اور $|+3| = 3$

مثال1: درج ذیل صحیح اعداد کی عددی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $-4$ (ii) $22$ (iii) $-9$

حل:

(i) $|-4| = -(-4) = 4$ ∴ 4– کی عددی قیمت 4 ہے۔

(ii) $|22| = 22$ ∴ 22 کی عددی قیمت 22 ہے۔

(iii) $|-9| = -(-9) = 9$ ∴ 9– کی عددی قیمت 9 ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 4.1

**1** نمبر لائن کھینچیں اور اُس پر نیچے دیے گئے اعداد کو ظاہر کیجیے۔

(i) 5– سے 0 تک　(ii) 0 سے 5 تک　(iii) 4+ سے 2– تک　(iv) 1+ سے 4– تک

**2** < یا > سے خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

(i) 6 ☐ 5　(ii) – 6 ☐ – 5　(iii) –2 ☐ 0　(iv) 0 ☐ 4

(v) 8 ☐ –10　(vi) – 9 ☐ 1

**3** کون سا عدد بڑا ہے: 101– یا 111–

**4** کون سا عدد چھوٹا ہے: 99– یا 199–

**5** درمیانی صحیح اعداد لکھیے۔

(i) 2 اور 6 کے　(ii) 2– اور 3 کے　(iii) 6– اور 1– کے　(iv) 3– اور 4 کے

**6** درج ذیل معاملات میں ممکنہ دو، دو صحیح اعداد بتایے۔

(i) 0 <　(ii) < 0　(iii) > – 3

**7** 2 سے چھوٹے تین صحیح اعداد لکھیے۔

**8** 2– سے بڑے چار صحیح اعداد لکھیے۔

**9** نیچے دیے گیے اعداد کی عددی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) 3　(ii) –8　(iii) 5　(iv) –9　(v) –6　(vi) –2

**10** وہ صحیح عدد بتایے جس کی عددی قیمت 0 ہوتی ہے۔

**11** دیے گیے صحیح اعداد کو ترتیب صعودی اور نزولی میں لکھیے۔

(i) –4, 1, –2, 0　(ii) 1, –3, –4, 0　(iii) –2, –3, 3, 2

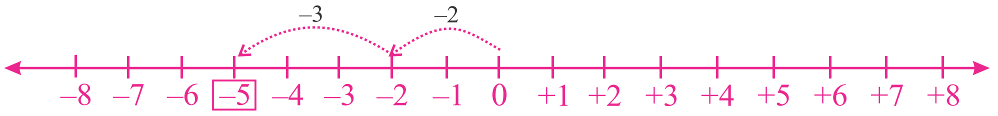
Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 4.4 صحیح اعداد کی جمع

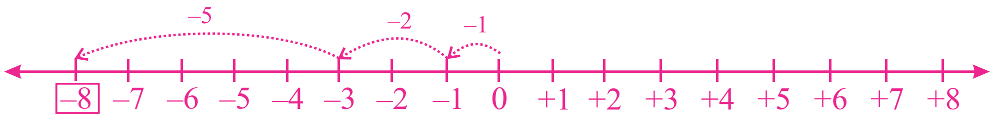
نمبر لائن کو دیے گئے صحیح اعداد کا مجموعہ اور فرق ظاہر کرنے کے لیے بھی استعمال کیا جاسکتا ہے جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔

- دو یا دو سے زیادہ صحیح اعداد کا مجموعہ

(i) (–2) + (–3) = –5

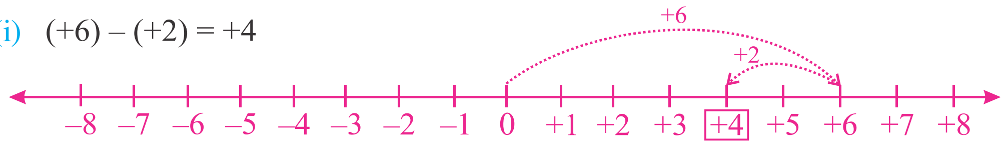



(ii) (–1) + (–2) + (–5) = –8



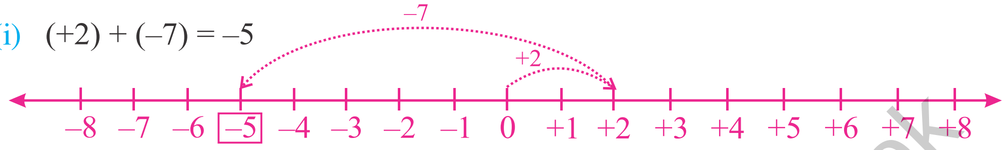
- دو دیے گئے مثبت صحیح اعداد کا فرق

(i) $(+6) - (+2) = +4$

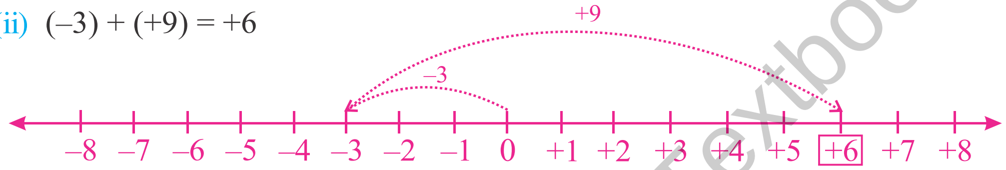



- دو مختلف علامات والے صحیح اعداد کا مجموعہ

(i) $(+2) + (-7) = -5$




(ii) $(-3) + (+9) = +6$




ہم جمع کے طریقوں سے پہلے ہی واقف ہیں مگر صحیح اعداد کی جمع قدرتی یا مثبت اعداد کی جمع سے تھوڑی مختلف ہوتی ہے۔ صحیح اعداد کی جمع کے لیے استعمال ہونے والے کچھ قوانین درج ذیل ہیں:

## قانون 1: یکساں علامات والے صحیح اعداد

یکساں علامات والے دو صحیح اعداد کو نیچے دیے گئے تین مرحلوں میں جمع کیا جاتا ہے۔

(a) دیے گئے صحیح اعداد کی عددی قیمتیں معلوم کریں۔ (b) عددی قیمتیں آپس میں جمع کریں۔

(c) حاصل جمع کے ساتھ مشترک علامت لکھیں۔

مثال 1: حل کیجیے۔

(i) $(+16) + (+13)$ (ii) $(-16) + (-13)$

حل:

(i) $(+16) + (+13)$
$= +(16 + 13)$
$= +29$ or $29$

$\because |+16| = 16$
$|+13| = 13$

(ii) $(-16) + (-13)$
$= -(16+13)$
$= -29$

$\because |-16| = 16$
$|-13| = 13$

## قانون 2: مختلف علامات والے صحیح اعداد

مختلف علامات والے دو صحیح اعداد کو نیچے دیے گئے تین مرحلوں میں جمع کیا جاتا ہے۔

(a) دیے گئے صحیح اعداد کی عددی قیمتیں لیں۔

(b) چھوٹی عددی قیمت کو بڑی عددی قیمت میں سے تفریق کریں۔

(c) بڑی عددی قیمت کے ساتھ والی علامت حاصل کے ساتھ لگائیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مثال 2: جمع کیجیے۔

(i) (+9) + (–4)  (ii) (–9) + (+4)  (iii) (–16) + (+13)

حل:

(i) (+9) + (–4)  ∵ |+9|=9, |–4|=4
= +(9 – 4)
= +5 or 5

(ii) (–9) + (+4)  ∵ |–9|=9, |+4|=4
= –(9 – 4)
= –5

(iii) (–16) + (+13)  ∵ |–16|=16, |+13|=13
= – (16 – 13)
= –3

مثال 3: حل کیجیے۔

[(–4) + (+6)] + (–9)

حل: پہلے بریکٹس حل کریں۔

= [+(6 – 4)] + (–9)  ∵ |+6|=6, |–4|=4
= (+2) + (–9)  ∵ |+2|=2, |–9|=9
= –(9 – 2) = –7

## مشق 4.2

**1** نمبرلائن کی مدد سے جمع کیجیے۔

| | | |
|---|---|---|
| (i) (–7) + (+3) | (ii) (–2) + (–4) | (iii) (+5) – (+1) |
| (iv) (+2) + (–3) | (v) (–1) + (–2) + (–3) | (vi) (–3) + (–4) + (–2) |

**2** حاصل جمع معلوم کیجیے۔

| | | |
|---|---|---|
| (i) (+5) + (+2) | (ii) (+9) + (+7) | (iii) (–4) + (–6) |
| (iv) (–8) + (–8) | (v) (+10) + (–2) | (vi) (–7) + (+6) |
| (vii) (–11) + (+7) | (viii) (+3) + (–9) | (ix) (+5) + (–8) |
| (x) (–13) + (–11) | (xi) (+12) + (+23) | (xii) (–27) + (–19) |

**3** خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

| | |
|---|---|
| (i) (+3) + (–6) = ☐ | (ii) (+7) + (+3) = ☐ |
| (iii) (–6) + (–9) = ☐ | (iv) (+5) + ☐ = (+7) |
| (v) ☐ + (–5) = (–16) | (vi) ☐ + (–17) = (+2) |
| (vii) (+100) + ☐ = (+50) | (viii) (–11) + ☐ = (–111) |

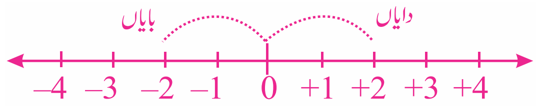
**4** حل کیجیے۔

| | |
|---|---|
| (i) [(+2) + (+3)] + (+4) | (ii) [(–1) + (–1)] + (–5) |
| (iii) [(+3) + (+5)] + (–1) | (iv) [(–2) + (–6)] + (+4) |
| (v) (+25) + [(+25) + (+50)] | (vi) (–18) + [(25) + (–30)] |

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 4.5 صحیح اعداد کی تفریق

ہم جانتے ہیں کہ تفریق کا عمل جمع کا اُلٹ ہوتا ہے۔ صحیح اعداد میں ہم جب نمبر لائن پر دو قدم دائیں طرف چلتے ہیں تو 2 جمع کرتے ہیں مگر بائیں طرف دو قدم چلنے کی صورت میں 2 تفریق کرتے ہیں۔




صحیح اعداد کی تفریق میں درج ذیل قوانین استعمال ہوتے ہیں۔

(i) جو صحیح عدد تفریق کیا جانا ہو اُس کی علامت تبدیل کر دیجیے۔

(ii) صحیح اعداد کو جمع کے قوانین کے مطابق جمع کیجیے۔

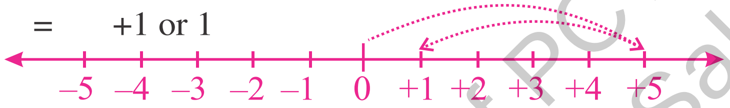
مثال کے طور پر

(i) $(+5) - (+4)$

$= (+5) + (-4)$ $\qquad \because -(+4) = +(-4)$

$= +(5 - 4)$ $\qquad \because |+5| = 5,\ |-4| = 4$

$= +1$ or $1$

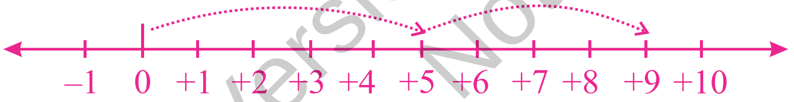



(ii) $(+5) - (-4)$

$= (+5) + (+4)$ $\qquad \because -(-4) = +(+4)$

$= (5 + 4)$ $\qquad \because |+5| = 5,\ |+4| = 4$

$= +9$ or $9$




**مثال 1:** حل کیجیے۔

(i) $(+19) - (+17)$ (ii) $(+23) - (-6)$ (iii) $(-13) - (+18)$ (iv) $(-18) - (-11)$

**حل:**

(i) $(+19) - (+17)$

$= (+19) + (-17)$

$= (19 - 17)$ $\qquad \because |+19| = 19$

$= +2$ or $2$ $\qquad |-17| = 17$

(ii) $(+23) - (-6)$

$= (+23) + (+6)$

$= +(23 + 6)$ $\qquad \because |+23| = 23$

$= +29$ or $29$ $\qquad |+6| = 6$

(iii) $(-13) - (+18)$

$= (-13) + (-18)$ $\qquad \because |-13| = 13$

$= -(13 + 18) = -31$ $\qquad |-18| = 18$

(iv) $(-18) - (-11)$

$= (-18) + (+11)$ $\qquad \because |-18| = 18$

$= -(18 - 11) = -7$ $\qquad |+11| = 11$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال 2: مختصر کیجیے۔

(i) (–195) – (–203) (ii) [(+10)–(+6)] – (–8) (iii) [(–13)–(–17)]–(+12)

حل:

(i) (–195) – (–203)
= (–195) + (+203)
= +(203–195)
= +8 or 8

∵ |–195|=195
|+203|=203

(ii) [(+10)–(+6)] – (–8)
= [(+10) + (–6)] + (+8)
= [+ (10–6)] + (+8)
= (+4) + (+8)
= + (4 + 8)
= +12 or 12

∵ |+10|=10
|–6|=6
∵ |+4|=4
|+8|=8

(iii) [(–13)–(–17)]–(+12)
= [(–13) + (+17)] + (–12)
= [+(17–13)] + (–12)
= (+4) + (–12)
= – (12 – 4) = –8

∵ |–13|=13
|+17|=17
∵ |+4|=4
|–12|=12

## مشق 4.3

**1** حل کیجیے۔

(i) (+4) – (+1) (ii) (+8) – (+5) (iii) (–6) – (–2)
(iv) (–7) – (–9) (v) (+15) – (–4) (vi) (–18) – (+7)
(vii) (+23) – (+15) (viii) (–42) – (–21) (ix) (+69) – (–21)
(x) (+49)–(+81) (xi) (+102)–(–133) (xii) (–195)–(–165)

**2** خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) (+2) – (____) = (–7) (ii) (–8) – (____) = (–12)
(iii) (–11) – (–13) = (____) (iv) (+16) – (____) = (+11)
(v) (____) – (–3) = (+9) (vi) (____) –(+13) = (–29)

**3** مختصر کیجیے۔

(i) [(–8) – (–6)] – (–4) (ii) [(+11)– (+5)] –(+19)
(iii) [(–13)–(–18)] – (–17) (iv) [(–18)–(+12)]–(–19)
(v) [(+23)–(–9)] – (+29) (vi) [(+100)–(+50)] – (+25)

**4** +111 میں سے –111 کو تفریق کیجیے۔

**5** دو صحیح اعداد کا مجموعہ –99 ہے۔ اگر ایک صحیح عدد –66 ہے تو دوسرا بتایے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 4.6 صحیح اعداد کی ضرب

ہم جانتے ہیں کہ ضرب مسلسل جمع کے عمل کو کہتے ہیں یا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ضرب ایک جیسے اعداد کو جمع کرنے کا مختصر طریقہ ہے۔

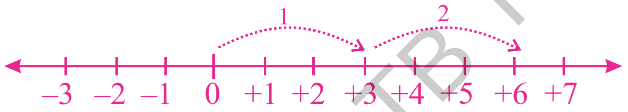
مثال کے طور پر: $2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \times 2 = 16$

صحیح اعداد کی ضرب کے قوانین نیچے دیے گئے ہیں۔

### قانون 1: یکساں علامات والے صحیح اعداد

دو یکساں علامات والے صحیح اعداد کی حاصل ضرب ہمیشہ مثبت ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر:

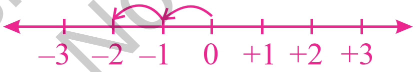
(i) $(+2) \times (+3) = +6$ (ii) $(-2) \times (-3) = +6$




### قانون 2: مختلف علامات والے صحیح اعداد

دو مختلف علامات والے صحیح اعداد کی حاصل ضرب ہمیشہ منفی ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر: (i) $(+1) \times (-2) = (-2)$ (ii) $(-1) \times (+2) = (-2)$




**مثال:** دیے گئے جوڑوں کے حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) +13, +9 (ii) −11, +11 (iii) −8, −7 (iv) +25, −6

**حل:**

(i) +13, +9 (یکساں علامات والا قانون)
$(+13) \times (+9)$
$= +(13 \times 9) = +117$

(ii) −11, +11 (مختلف علامات والا قانون)
$(-11) \times (+11)$
$= -(11 \times 11) = -121$

(iii) −8, −7 (یکساں علامات والا قانون)
$(-8) \times (-7)$
$= +(8 \times 7) = +56$

(iv) +25, −6 (مختلف علامات والا قانون)
$(+25) \times (-6)$
$= -(25 \times 6) = -150$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 4.4

**1** خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

(i) $(+6) \times (-3) = \square$ (ii) $(-9) \times \square = 81$ (iii) $(-2) \times (+8) = \square$

(iv) $\square \times (+11) = 121$ (v) $\square \times (-7) = 56$ (vi) $-25 \times \square = -75$

(vii) $(-) \times (-) = \square$ (viii) $(+) \times (-) = \square$

**2** حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $+3, +4$ (ii) $-6, -2$ (iii) $+5, -5$ (iv) $-7, +8$

(v) $-9, -4$ (vi) $+3, -8$ (vii) $-10, -5$ (viii) $+11, -7$

(ix) $-9, -8$ (x) $+6, +12$ (xi) $-3, +50$ (xii) $-7, +7$

(xiii) $-4, -9$ (xiv) $-5, -13$ (xv) $+110, -8$

**3** درج ذیل میں سے ہر ایک کو مختصر کیجیے۔

(i) $(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$ (ii) $(+1)\times(-2)\times(+3)\times(+4)$ (iii) $[(+2)\times(+9)]\times(-4)$

(iv) $[(-18)\times(3)]\times(2)$ (v) $[(25)\times(-8)]\times(-16)$ (vi) $[(-100)\times(-15)]\times(3)$

## 4.7 صحیح اعداد کی تقسیم

تقسیم کا عمل ضرب کا متضاد ہوتا ہے۔ اس کو ثابت کرنے کے لیے دیے گئے جملے پر غور کریں۔

$$2 \times 3 = \square \Rightarrow \frac{\square}{3} = 2$$

دیے گئے خانوں کو پُر کرنے کے لیے کسی عدد کا اندازہ لگانے کی کوشش کرتے ہیں۔ ظاہر ہے دونوں معاملات میں 6 ہی مطلوبہ عدد ہے، لہٰذا خانے میں 6 رکھنے سے اس مسئلے کو حل کیا جا سکتا ہے۔ $2 \times 3 = \boxed{6} \Rightarrow \frac{\boxed{6}}{3} = 2$

اس کا مطلب ہے۔ $2\times3=6$ کو $\frac{6}{3}=2$ بھی لکھا جا سکتا ہے۔ اب ہم تقسیم کے قوانین پر بحث کرتے ہیں۔

### قانون 1: یکساں علامات والے صحیح اعداد

جب کسی صحیح عدد کو یکساں علامت والے کسی دوسرے صحیح عدد سے تقسیم کیا جاتا ہے تو حاصل تقسیم ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔

(i) $(+4) \div (+2) = +\left(\frac{4}{2}\right) = (+2)$ (ii) $(-4) \div (-2) = +\left(\frac{4}{2}\right) = (+2)$

### قانون 2: مختلف علامات والے صحیح اعداد

جب کسی صحیح عدد کو مختلف علامت والے کسی دوسرے صحیح عدد سے تقسیم کیا جاتا ہے تو حاصل تقسیم ہمیشہ منفی ہوتا ہے۔

(i) $(+4) \div (-2) = -\left(\frac{4}{2}\right) = (-2)$ (ii) $(-4) \div (+2) = -\left(\frac{4}{2}\right) = (-2)$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 4.7.1 صحیح عدد کی 0 سے تقسیم ممکن نہیں

صفر سے تقسیم ایک ایسا عمل ہے جس کا کوئی نتیجہ نہیں نکلتا جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔

$4 = \square \times 0$ یا $\frac{4}{0} = \square$

لیکن $\square$ میں کوئی قیمت نہیں لکھی جا سکتی کیونکہ 0 اور کسی عدد کا حاصل ضرب بھی 0 ہی ہوتا ہے۔ لہٰذا کسی صحیح عدد کی 0 سے تقسیم ممکن نہیں ہوتی۔

مثال 1: درج ذیل کا حاصل تقسیم معلوم کیجیے۔

(i) $(-121) \div (-11)$ (ii) $(+169) \div (-13)$ (iii) $(-72) \div (+8)$ (iv) $(+144) \div (+16)$

حل:

(i) $(-121) \div (-11)$
$= +(121 \div 11)$ (یکساں علامات والا قانون)
$= +\left(\frac{121}{11}\right) = +11$

(ii) $(+169) \div (-13)$
$= -(169 \div 13)$ (مختلف علامات والا قانون)
$= -\left(\frac{169}{13}\right) = -13$

(iii) $(-72) \div (+8)$ (مختلف علامات والا قانون)
$= -(72 \div 8)$
$= -\left(\frac{72}{8}\right) = -9$

(iv) $(+144) \div (+16)$ (یکساں علامات والا قانون)
$= +(144 \div 16)$
$= +\left(\frac{144}{16}\right) = +9$

## مشق 4.5

**1** حل کیجیے۔

(i) $(-42) \div (-7)$ (ii) $(+36) \div (+9)$ (iii) $(+65) \div (+5)$
(iv) $(-27) \div (-3)$ (v) $(-126) \div (+14)$ (vi) $(+34) \div (-17)$
(vii) $(+260) \div (-13)$ (viii) $(-189) \div (-21)$ (ix) $(-155) \div (+31)$
(x) $(+372) \div (+124)$

**2** دیے گئے خانوں کو پُر کیجیے۔

(i) $\frac{12}{3} = \square$ (ii) $\frac{-16}{\square} = -2$ (iii) $\frac{\square}{5} = -4$
(iv) $\frac{30}{\square} = -6$ (v) $\frac{\square}{-8} = 9$ (vi) $\frac{169}{13} = \square$
(vii) $\frac{8}{2} = 2 \times \square$ (viii) $\frac{-16}{2} = 2 \times \square$ (ix) $\frac{-27}{-3} = 3 \times \square$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

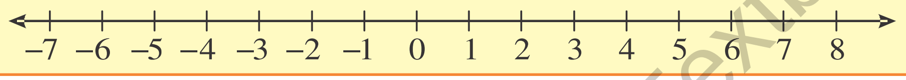
3 درج ذیل کے حاصلِ تقسیم معلوم کیجیے۔

(i) $(+252) \div (+18)$　(ii) $(-195) \div (+15)$　(iii) $(-480) \div (-120)$

(iv) $(+196) \div (-28)$　(v) $(-99) \div (+11)$　(vi) $(+2000) \div (-40)$

## خلاصہ

- مکمل اعداد ......0,1,2 اور منفی اعداد .... −1,−2,−3, کو اکٹھا کرنے سے صحیح اعداد حاصل ہوتے ہیں۔
- صحیح اعداد سمتی اعداد بھی کہلاتے ہیں۔
- صحیح اعداد نیچے دی گئی نمبر لائن کی مدد سے ظاہر کیے جاسکتے ہیں۔




- کسی صحیح عدد کی عددی قیمت نمبر لائن پر اس کا صفر سے فاصلہ ہوتا ہے۔
- کسی صحیح عدد کی عددی قیمت اُس کی مطلق قیمت بھی کہلاتی ہے۔
- **صحیح اعداد کی جمع**

(i) یکساں علامات کے معاملے میں صحیح اعداد کی عددی قیمتوں کو جمع کیا جاتا ہے۔اور مشترک علامت حاصل جمع کے ساتھ لگائی جاتی ہے۔

(ii) مختلف علامات کے معاملے میں چھوٹی عددی قیمت کو بڑی عددی قیمت میں سے تفریق کرتے ہیں اور بڑی عددی قیمت والے صحیح عدد کی علامت حاصل شدہ جواب کے ساتھ لکھتے ہیں۔

- **صحیح اعداد کی تفریق**

جس صحیح عدد کو تفریق کیا جارہا ہو اس کی علامت تبدیل کرکے جمع کے اصولوں کے مطابق جمع کرتے ہیں۔

- **صحیح اعداد کی ضرب**

(i) یکساں علامات والے صحیح اعداد کا حاصل ضرب مثبت صحیح عدد ہوتا ہے۔

(ii) مختلف علامات والے صحیح اعداد کا حاصل ضرب منفی صحیح عدد ہوتا ہے۔

- **صحیح اعداد کی تقسیم**

(i) اگر دونوں اعداد کی علامات یکساں ہوں تو حاصل تقسیم مثبت ہوتا ہے۔

(ii) اگر دونوں اعداد کی علامات مختلف ہوں تو حاصلِ تقسیم منفی ہوتا ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

# نظرِ ثانی مشق 4

1 دیے گئے اعداد کو نمبر لائن پر ظاہر کیجیے۔

(i) 4– سے 3+ تک (ii) 1– سے 6+ تک (iii) 5– سے 5+ تک

2 دیے گئے صحیح اعداد کی عددی قیمتیں لکھیے۔

(i) –6 (ii) –28 (iii) +43

3 دیے گئے صحیح اعداد کو نزولی ترتیب میں لکھیے۔

(i) –10,–1,+1,–6,0 (ii) +3,–3,+4,–4,+2,–2

4 ثابت کیجیے۔

(i) (+11)+(–6) = (–6)+(+11)

(ii) [(+1)×(–2)]×(–3) = (+1)×[(–2)×(–3)]

(iii) (–7)×(–8) = (–8)×(–7)

(iv) [(–24)+(–13)]+(+27) = (–24)+[( –13)+(+27)]

5 خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

(i) (+43)–(–18) = (☐) (ii) (☐)–(+11) = (–31)

(iii) (–52)–(☐) = (–24) (iv) (+123)–(+87) = (☐)

6 مختصر کیجیے۔

(i) (–182)÷(+14) (ii) (+345)÷(+23)

(iii) (+1221)÷(–111) (iv) (–4140)÷(345)

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## معروضی مشق 4

1 درج ذیل سوالوں کے مختصر جواب دیجیے۔

i- صحیح اعداد کی تعریف کیجیے۔

ii- 1– کی عددی قیمت کیا ہے؟

iii- کون سا عمل جمع کے عمل کا اُلٹ کہلاتا ہے۔

iv- 1 سے چھوٹے دو صحیح اعداد لکھیے۔

## 2 خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

-i عموماً ہم ................. صحیح اعداد کے ساتھ کوئی علامت نہیں لگاتے۔

-ii .................. نا تو مثبت صحیح عدد ہے اور نا ہی منفی صحیح عدد۔

-iii دو مختلف علامات والے صحیح اعداد کا حاصل ضرب ................. صحیح عدد ہوتا ہے۔

-iv صحیح اعداد ........................ اعداد بھی کہلاتے ہیں۔

## 3 درست جواب پر (✓) کا نشان لگایئے۔

-i –55 کی عددی قیمت ہوتی ہے۔

(a) 55 (b) 5 (c) –5 (d) –55

-ii کسی صحیح عدد کی تقسیم ممکن نہیں ہوتی۔

(a) مثبت صحیح عدد سے (b) منفی صحیح عدد سے

(c) صفر سے (d) اُس کی عددی قیمت سے

-iii $(+7) + (-3) = ?$

(a) +10 (b) –4 (c) –10 (d) +4

-iv $[(-1) + (-1)] - (-1) = ?$

(a) +1 (b) –1 (c) –2 (d) +2

-v $(-1) \div (-1) = ?$

(a) +1 (b) –1 (c) –2 (d) 0

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یونٹ
5

# اختصار

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- نیچے دی گئی بریکٹس کی چاروں اقسام کو جان پائیں۔ جو دو یا دو سے زیادہ حسابی عوامل کو گروپ کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہیں۔
  - ◄ ___ بار یا وِنی کُلم
  - ◄ ( ) چھوٹی بریکٹس، خم دار بریکٹس یا پیر ینتھی سِس
  - ◄ { } درمیانی بریکٹس یا کرلی بریکٹس یا بریسِس
  - ◄ [ ] بڑی بریکٹس یا باکس بریکٹس یا مربع نما بریکٹس
- جانیں کہ بریکٹس ___، ( )، { } اور [ ] کو اِسی دی گئی ترتیب سے ہی حل کیا جاتا ہے۔
- پہچانیں کہ کسی حسابی جملے کو حل کرنے کے لیے BODMAS کا قانون ہی وہ ترتیب ہے جس میں بنیادی عوامل کو حل کیا جاتا ہے۔
- BODMAS کے قانون کی مدد سے حسابی جملے جن میں کسورِ عام اور کسورِ اعشاریہ بریکٹس میں دی گئی ہوں کو مختصر کر کے لکھیں۔
- کسورِ عام اور کسورِ اعشاریہ سے متعلق روزمرّہ زندگی کے مسائل حل کریں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 5.1 تعارف

ہم پہلے ہی دو یا دو سے زیادہ بنیادی عوامل پر مشتمل حسابی جُملے حل کرنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔بعض دفعہ کسی حسابی جُملے کے چند عوامل کو پہلے حل کرنا ضروری ہوتا ہے،اس مقصد کے لیے ہم بریکٹس استعمال کرتے ہیں جس سے ہمیں ان کو حل کرنے کی ترتیب کا علم ہوتا ہے۔بریکٹس کی چار اقسام ہوتی ہیں۔

- i- —— بار یا ونی کُلم
- ii- ( ) چھوٹی بریکٹس،خم دار بریکٹس یا پرینتھی سِسس
- iii- { } درمیانی بریکٹس یا کرلی بریکٹس یا بریسِس
- iv- [ ] بڑی بریکٹس یا باکس بریکٹس یا مربع نما بریکٹس

### چند قوانین

بریکٹس میں دیے گئے حسابی جملے کو حل کرنے کے لیے چند قوانین استعمال کیے جاتے ہیں۔

**قانون 1:** اگر کسی حسابی جملے میں صرف جمع اور تفریق کے عوامل ہوں تو بریکٹس میں بائیں سے دائیں حل کرتے ہیں۔

**قانون 2:** اگر کسی حسابی جملے میں صرف ضرب اور تقسیم کے عوامل ہوں تو بھی بریکٹس میں بائیں سے دائیں حل کرتے ہیں۔

**قانون 3:** اگر حسابی جملے میں تین یا چاروں حسابی عوامل موجود ہوں تو ان کو BODMAS کے قانون کی مدد سے حل کرتے ہیں۔

## 5.1.1 BODMAS کا قانون

ہم جانتے ہیں کہ جمع،تفریق،ضرب اور تقسیم ریاضی کے چار بنیادی عوامل ہیں۔ایسا جملہ جس میں یہ تمام عوامل موجود ہوں کو مختصر کرتے ہوئے ہم ایک قانون استعمال کرتے ہیں جس کو اختصار کا قانون کہتے ہیں۔اس قانون کے مطابق چاروں عوامل بریکٹس ہٹانے کے بعد نیچے دی گئی ترتیب کے مطابق حل کرتے ہیں۔

- BO یعنی Brackets Of (بریکٹس سے متعلق)
- D یعنی Division (تقسیم) ÷
- M یعنی Multiplication (ضرب) ×
- A یعنی Addition (جمع) +
- S یعنی Subtraction (تفریق) –

مختصراً یہ اختصار کا قانون BODMAS کا قانون کہلاتا ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال 1: حل کریں۔

$$\left[1\frac{7}{13}\times\left\{1\frac{2}{5}-\left(1\frac{5}{11}\div 7\frac{1}{2}\times\overline{1\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$$

حل:

$$\left[1\frac{7}{13}\times\left\{1\frac{2}{5}-\left(1\frac{5}{11}\div 7\frac{1}{2}\times\overline{1\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$$

$$=\left[\frac{20}{13}\times\left\{\frac{7}{5}-\left(\frac{16}{11}\div\frac{15}{2}\times\overline{\frac{5}{4}+\frac{3}{2}}\right)\right\}\right]$$

$$=\left[\frac{20}{13}\times\left\{\frac{7}{5}-\left(\frac{16}{11}\div\frac{15}{2}\times\frac{5+6}{4}\right)\right\}\right]$$

$$=\left[\frac{20}{13}\times\left\{\frac{7}{5}-\left(\frac{16}{11}\div\frac{15}{2}\times\frac{11}{4}\right)\right\}\right]$$

$$=\left[\frac{20}{13}\times\left\{\frac{7}{5}-\left(\frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{11}}\times\frac{2}{15}\times\frac{\cancel{11}}{\cancel{4}}\right)\right\}\right]$$

$$=\left[\frac{20}{13}\times\left\{\frac{7}{5}-\frac{8}{15}\right\}\right]=\left[\frac{20}{13}\times\left\{\frac{21-8}{15}\right\}\right]$$

$$=\left[\frac{\cancel{20}^{4}}{\cancel{13}}\times\frac{\cancel{13}}{\cancel{15}^{3}}\right]=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$$

یہاں $1\frac{1}{3}$ مطلوبہ حل ہے۔

مثال 2: درج ذیل کو حل کیجیے۔

$$\left[5.17+\left\{3.2\times(4.4\div\overline{3.3-1.1})\right\}\right]$$

حل:

$$=[5.17+\{3.2\times(4.4\div\overline{3.3-1.1})\}]$$

$$=[5.17+\{3.2\times(4.4\div 2.2)\}]$$

$$=[5.17+\{3.2\times 2\}]$$

$$=[5.17+6.4]$$

$$=11.57$$

یہاں 11.57 مطلوبہ حل ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 5.1

درج ذیل کو حل کیجیے۔

1. $\left[1\frac{1}{24}\div\left\{1\frac{1}{4}\times\left(1\frac{1}{10}+1\frac{2}{5}-1\frac{1}{4}\right)\right\}\right]$

2. $\frac{8}{9}+\left[\frac{5}{3}+\left\{\frac{4}{39}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)\right\}\right]$

3. $\left[1\frac{1}{4}+1\frac{1}{10}\times\left\{8\frac{1}{2}-\left(6\frac{1}{2}\times1\frac{5}{39}\right)\right\}\right]$

4. $2\frac{8}{14}\div\left[1\frac{4}{5}\times\left\{1\frac{1}{3}+\left(2\frac{1}{2}+1\frac{1}{3}-2\frac{1}{6}\right)\right\}\times1\frac{2}{3}\right]$

5. $\frac{5}{2}\times\left[\frac{7}{6}+\left\{\frac{245}{2}-\left(\frac{4}{3}\times121\div\frac{11}{8}\right)\right\}\right]$

6. $\left[2\frac{2}{3}\times\left\{2\frac{1}{4}\div\left(1\frac{1}{8}+\overline{2\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]-1\frac{2}{3}$

7. $1\frac{4}{5}\div\left[\frac{1}{25}\times\left\{1\frac{1}{4}+\left(3\frac{1}{3}\div2\frac{1}{2}\times1\frac{5}{16}\right)\right\}\right]\times\frac{1}{2}$

8. $\left[2\frac{1}{3}\div\left\{1\frac{1}{3}+\left(1\frac{1}{3}\times3\frac{1}{5}-3\frac{1}{5}\right)\right\}\times1\frac{4}{5}\right]$

9. $[2 + \{1.25 \times 3.85 \div (5.64 - \overline{2.9+1.2})\}]$

10. $[1.25 + \{12.099 \div (1.45 + 2.1 \times 1.23)\}]$

11. $2.25 \times [1.005 + \{0.5 \times (2.75 \div 2.2 \times 4.12)\}]$

12. $13.311 \div [3.251 + \{2.045 - (1.9\times\overline{1.06-1.02})\}]$

13. $0.6 \times [3.9 \times \{0.5328 \div (0.1 + 0.01 + 0.001)\}]$

14. $4.4238 \div [1.047 + \{1.111 \times (9.261 \div \overline{5.432+2.345})\}] \times 1.01$

15. $100.014 - [2.3584 \div \{0.044 \div (8.25 - \overline{5.235+1.255})\}]$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

### 5.1.2 عبارتی سوالات

آیئے ہم روزمرہ زندگی میں کسور سے متعلق سوالات پر غور کرتے ہیں۔ کسی عبارتی سوال کو حل کرتے ہوئے ہم تین اہم نکات پر اپنی توجہ مرکوز کرتے ہیں۔

i- آپ کیا جانتے ہیں؟

ii- آپ کیا جاننا چاہتے ہیں؟

iii- اس کے حل کے لیے کون سا حسابی عمل مناسب ہے؟

مثال 1: ارم نے بازار سے $\frac{3}{4}$ کلوگرام ٹماٹر، $\frac{1}{2}$ کلوگرام آلو، $\frac{1}{4}$ کلوگرام گاجر اور 2 کلوگرام سیب خریدے۔ وہ کُل کتنے وزن کی سبزیاں اور پھل بازار سے اُٹھا کر لائی؟

حل:

1 ہم کیا جانتے ہیں؟

ٹماٹر کا وزن = $\frac{3}{4}$ کلوگرام ، آلو کا وزن = $\frac{1}{2}$ کلوگرام ، گاجر کا وزن = $\frac{1}{4}$ کلوگرام اور سیب کا وزن = 2 کلوگرام

2 ہم کیا جاننا چاہتے ہیں؟

سبزیوں اور پھل کا کل وزن =؟

3 حل کرنے کے لیے کون سا عمل مناسب ہے؟

سبزیاں اور پھل کا وزن جمع کرنے سے ہمیں مطلوبہ وزن معلوم ہوسکتا ہے۔ لہٰذا

کل وزن = $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+2\right)$ کلوگرام

= $\frac{3+2+1+8}{4}=\frac{14}{4}$ کلوگرام = $\frac{7}{2}$ کلوگرام = $3\frac{1}{2}$ کلوگرام

لہٰذا ارم بازار سے $3\frac{1}{2}$ کلوگرام وزن اٹھا کر لائی۔

مثال 2: ایک شوروم کے مالک نے اپنے ملازمین کے لیے 30 کلوگرام آم خریدے۔ اُس نے اپنے 14 سینئر ملازمین میں سے ہر ایک کو $\frac{3}{2}$ کلوگرام دیے اور بقیہ تمام آم اپنے جونیئر ملازمین کو $\frac{3}{7}$ کلوگرام کے حساب سے دے دیے۔ بتایے شوروم کے ملازمین کی کُل تعداد کیا ہے؟

حل:

14 سینئر ملازمین کا حصہ = $\left(\frac{3}{2}\times 14\right)$ کلوگرام = 21 کلوگرام

بقیہ آم = $(30-21)$ کلوگرام = 9 کلوگرام

ہر جونیئر ملازم کو جو حصہ ملا = $\frac{3}{7}$ کلوگرام

9 کلوگرام آموں میں سے جتنے جونیئر ملازمین حصہ لے سکتے تھے = $9\div\frac{3}{7}$ کلوگرام

$9\times\frac{7}{3}$ = 21 ملازمین

کل ملازمین = سینئر ملازمین + جونیئر ملازمین

35 ملازمین = 21+14

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**مثال3:** شیراز نے 12.45 روپے فی کاپی کے حساب سے 24 کاپیاں، 3.25 روپے فی پنسل کے حساب سے 48 پنسلیں اور 4.15 روپے فی بال پوائنٹ پین کے حساب سے 25 بال پوائنٹ پین خریدے۔ بتایے اُس کے پاس 1000 روپے میں سے کتنے بچے؟

حل:

24 کاپیوں کی قیمت = $24 \times 12.45$ = 298.80 روپے

48 پنسلوں کی قیمت = $48 \times 3.25$ = 156 روپے

25 بال پین کی قیمت = $25 \times 4.15$ = 103.75 روپے

کُل خرید = 298.80 روپے + 156 روپے + 103.75 روپے

= 558.55 روپے

کل خرید − کل رقم = بقیہ رقم

441.45 روپے = $(1000 - 558.55)$ روپے

## مشق 5.2

1. تین خاندان ایک گھر میں اکٹھے رہتے ہیں۔ ایک خاندان میں دودھ کا روزانہ استعمال $5\frac{1}{2}$ لٹر اور باقی دو خاندانوں کا استعمال بالترتیب $1\frac{1}{6}$ لٹر اور $2\frac{1}{3}$ لٹر ہے۔ بتایے گوالہ ان کو روزانہ کتنا دودھ دیتا ہے؟

2. نوشین نے بازار سے 12 میٹر کپڑا خریدا۔ اس نے آدھا کپڑا اپنے لباس کے لیے اور بقیہ کپڑے کا $\frac{2}{3}$ حصہ اپنی بیٹی کے لباس کے لیے استعمال کیا۔ بتایئے اُس کے پاس کتنا کپڑا بچ گیا؟

3. احمد کو ایک بجلی کے کنکشن کے لیے $18\frac{1}{2}$ فٹ لمبے تار کی ضرورت ہے۔ اُس نے $9\frac{3}{4}$ فٹ اور $11\frac{1}{6}$ فٹ لمبے تار کے دو ٹکڑوں کو آپس میں جوڑا۔ اب بتایے اُس کے پاس تار مطلوبہ لمبائی سے کتنی زیادہ ہے؟

4. سلیم کی تنخواہ 12000 روپے ہے۔ اُس نے اپنی تنخواہ کا $\frac{1}{12}$ واں حصہ بطور خیرات، بقیہ رقم کا آدھا حصہ گھریلو اخراجات پر اور بقیہ رقم کا $\frac{2}{5}$ واں حصہ اُس پر واجب الادا قرض کے طور پر دیا۔ بتایئے اُس کے پاس تنخواہ میں سے کتنی رقم بچ گئی؟

5. ایک آدمی $1\frac{1}{8}$ کلومیٹر فی گھنٹہ کی سپیڈ سے چل رہا ہے۔ بتایئے اُسے $5\frac{1}{16}$ کلومیٹر کے فاصلے پر موجود منزل تک پہنچنے کے لیے کتنا وقت درکار ہے؟

6. ایک گفٹ پیپر کی قیمت 0.40 روپے فی پیپر ہے۔ بتایئے 78.40 روپے میں ہم کتنے گفٹ پیپر خرید سکتے ہیں؟

7. ایک کتاب کی قیمت 650 روپے ہے۔ دو دوستوں کے پاس بالترتیب 325 روپے اور 296 روپے ہیں۔ بتایئے دونوں دوستوں کو کتاب خریدنے کے لیے مزید کتنی رقم درکار ہے؟

8. بابر ایک گھر میں کرائے دار ہے جس کے تمام یوٹیلٹی بلز وہ اور اس کا مالک مکان آدھے آدھے ادا کرتے ہیں۔ بتایئے بابر کو کتنی رقم ادا کرنا ہوگی اگر بجلی کا بل 1240.50 روپے، سوئی گیس کا بل 435.60 روپے اور پانی کا بل 278.90 روپے آتا ہے؟

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

9 ایک کیمیکل کے 16 کلوگرام وزن کی قیمت 1429.60 روپے ہے بتائیے اسی کیمیکل کی 11.40 کلوگرام کی قیمت کیا ہو گی؟

10 صدف نے 2.25 کلوگرام گائے کا گوشت بحساب 160 روپے فی کلوگرام، 0.75 کلوگرام بکرے کا گوشت بحساب 350 روپے فی کلوگرام اور 2.35 کلوگرام مرغی کا گوشت بحساب 170 روپے فی کلوگرام خریدا۔ بتائیے 1500 روپے میں سے اس کے پاس کتنی رقم بچ گئی؟

## خلاصہ

- بریکٹس ہمیں کسی حسابی جملے کو حل کرنے کی ترتیب بتاتی ہیں۔
- بریکٹس کو دی گئی ترتیب کے مطابق حل کرتے ہیں۔

-1 $\overline{\phantom{xx}}$ بار یا ونی کُلم　　-2 ( ) چھوٹی بریکٹس، خم دار بریکٹس یا پرینتھی سِس

-3 { } درمیانی بریکٹس یا کرلی بریکٹس یا بریسس　　-4 [ ] بڑی بریکٹس یا باکس بریکٹس یا مربع نما بریکٹس

- اختصار کا قانون BODMAS کا قانون بھی کہلاتا ہے جس کا مطلب چاروں عوامل کو ایسے حل کرنا پڑتا ہے، کہ:

(i) BO یعنی Brackets of (بریکٹس سے متعلق)　　(ii) D یعنی Division (تقسیم) ÷

(iii) M یعنی Multiplication (ضرب) ×　　(iv) A یعنی Addition (جمع) +

(v) S یعنی Subtraction (تفریق) −

- کسی عبارتی سوال کو حل کرتے ہوئے ہم اپنی توجہ درج ذیل نکات پر مرکوز کرتے ہیں۔

-i آپ کیا جانتے ہیں؟　　-ii آپ کیا جاننا چاہتے ہیں؟　　-iii حل کے لیے کون سا حسابی مناسب عمل ہے؟

## نظر ثانی مشق 5

حل کیجیے۔

-1 $\left[1\frac{3}{8}-\left\{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\div\overline{\frac{5}{7}\times1\frac{1}{20}}\right)\right\}\right]$

-2 $1\frac{1}{2}\div\left[5\frac{2}{5}-\left\{2\frac{3}{5}+\left(2\frac{1}{12}\div\overline{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}\right)\right\}\right]$

-3 $4\frac{2}{3}\div\left[3\frac{8}{9}\times\left\{1\frac{3}{4}-\left(3\frac{1}{2}\div\overline{7\frac{1}{4}+1\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$

-4 $\left[0.5\times\left\{4.25-\left(5.1\div\overline{2.35+1.05}\right)\right\}\right]$

-5 $\left[2.95+\left\{3.02\times\left(6.125\div\overline{5.196-2.746}\right)\right\}\right]$

-6 $11.34\times\left[3.42+\left\{11.075-\left(3.045+2.064\div1.032\right)\right\}\right]$

-7 اگر جمعرات کو $1\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر، جمعہ کو $\frac{2}{5}$ سینٹی میٹر اور اتوار کو $\frac{3}{10}$ سینٹی میٹر بارش ہوئی اور ہفتہ کے باقی دن خشک رہے تو بتائیے پورا ہفتہ میں کل کتنی بارش ہوئی؟

-8 ایک $4\frac{3}{4}$ میٹر لمبی دھاتی شیٹ میں سے احمد نے دو لمبائیاں ایک $2\frac{1}{2}$ میٹر اور دوسری $1\frac{1}{3}$ میٹر کاٹیں۔ بتائیے باقی کتنی دھاتی شیٹ بچ گئی؟

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# معروضی مشق 5

**1** درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

i- بریکٹس کو حل کرنے کی ترتیب لکھیے۔

ii- BODMAS کا قانون کیا ہے؟

iii- کسی عبارتی سوال کو حل کرتے وقت ہم کن تین بنیادی نکات پر اپنی توجہ مرکوز کرتے ہیں؟

iv- مربع نما بریکٹس کا دوسرا نام کیا ہے؟

**2** خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

i- اختصار کا قانون..................کا قانون کہلاتا ہے۔

ii- جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم ریاضی کے چار..................ہیں۔

iii- ..................کو درمیانی بریکٹس یا بریس کہتے ہیں۔

iv- ..................چھوٹی بریکٹس یا پرینتھی سِس کہلاتی ہیں۔

v- "—" بار یا..................کہلاتی ہے۔

**3** دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

i- BODMAS کے قانون کے مطابق سب سے پہلا بنیادی عمل ادا کیا جاتا ہے۔

(a) جمع (b) تقسیم (c) تفریق (d) ضرب

ii- وِنی کلم کو یوں ظاہر کیا جاتا ہے۔

(a) ( ) (b) { } (c) [ ] (d) ______

iii- [ ] کہلاتی ہے۔

(a) پرینتھی سِس (b) بریس (c) وِنی کلم (d) باکس بریکٹس

iv- اگر $\{1 + (2 + 4 \div 2 \times 1 - 3)\}$ کو حل کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

v- اگر $\left[1\div\left\{2\times\left\{5-\left(1+\overline{6\div 2}\right)\right\}\right\}\right]$ کو حل کریں تو حاصل ہوتا ہے۔

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یونٹ
6

# نسبت اور تناسب

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- نسبت کی تعریف دو ہم جنس مقداروں کی تعداد کے عددی تعلق کے طور پر کریں۔
- جانیں کہ نسبت کی دو مقداروں میں سے پہلے رُکن کو اینٹی سیڈینٹ اور دوسرے رُکن کو کنسی کوئینٹ کہتے ہیں۔
- جانیں کہ نسبت کے ساتھ کوئی اکائی نہیں ہوتی۔
- دو اعداد کی نسبت معلوم کریں۔
- نسبت کو اس کی مختصر ترین شکل میں لکھیں۔
- نسبت اور کسر کے باہمی تعلق کی وضاحت کریں۔
- جانیں کہ دو نسبتوں میں برابری کے تعلق کو تناسب کہتے ہیں مثلاً $a : b :: c : d$ میں $a, d$ طرفین اور $b, c$ وسطین کہلاتے ہیں۔
- تناسب (راست اور معکوس) معلوم کریں۔
- راست اور معکوس تناسب سے متعلق عبارتی سوالات حل کریں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 6.1 نسبت

دو ہم جنس مقداروں کا باہمی عددی تعلق نسبت کہلاتا ہے۔ ہم اس کو ایک مثال سے واضح کرتے ہیں۔ عظیم اور نبیل نے مل کر 60 روپے میں ایک کلاک خریدا۔ عظیم نے 40 روپے اور نبیل نے 20 روپے ادا کیے۔ اب ہم عظیم اور نبیل کی ادا کی گئی رقموں کے درمیان تعلق کو جاننے کے لیے ان کا موازنہ کرتے ہیں۔ یہ موازنہ دو طرح سے کیا جاسکتا ہے۔

**1- فرق معلوم کرنے سے :**

40 روپے − 20 روپے = 20 روپے

20 روپے کا فرق دوسری رقم کے ساتھ موازنے کی تفصیل بیان نہیں کرتا لہٰذا یہ دو مقداروں کے درمیان موازنہ کرنے کا کوئی مناسب طریقہ نہ ہوا۔

**2- مقداروں کو کسر میں لکھنے سے :**

(نبیل کی ادا کردہ رقم) / (عظیم کی ادا کردہ رقم) $= \frac{\cancel{20}^1}{\cancel{40}^2} = \frac{1}{2}$

اس کسر سے یہ ظاہر ہوتا ہے نبیل کے ہر 1 روپے پر عظیم نے 2 روپے ادا کیے۔ یہ کسر دو مقداروں کے درمیان واضح تعلق ظاہر کرتی ہے۔ لہٰذا یہ دو مقداروں کے درمیان موازنہ کرنے کا بہترین طریقہ ہے۔ جس کو لکھنے کے لیے ہم دو مقداروں کے درمیان کولن (:) کی علامت استعمال کرتے ہیں۔

عظیم : نبیل

2 : 1

اس کو 1 کی نسبت 2 پڑھا جاتا ہے۔ مگر اس کو 2 کی نسبت 1 نہیں پڑھا جاسکتا کیونکہ نسبت کے ارکان کی ترتیب بدلنے سے اس کی قدر بھی تبدیل ہوجاتی ہے۔ لہٰذا 1:2 اور 2:1 دو مختلف نسبتیں ہیں۔ عمومی طور پر ہم اسے "$a:b$ برابر نہیں ہے $b:a$ کے" لکھتے ہیں۔ نسبت کو دو سے زیادہ مقداروں کے لیے بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یعنی 2:3:4 یا $a:b:c$ وغیرہ۔

### • اینٹی سیڈینٹ اور کنسی کوئنٹ

کسی نسبت کا پہلا رُکن اینٹی سیڈینٹ اور دوسرا رُکن کنسی کوئنٹ کہلاتا ہے۔

کنسی کوئنٹ ← 1 : 2 → اینٹی سیڈینٹ

**مثال 1: نیچے دی گئی مقداروں کو $a:b:c$ کی شکل میں لکھیے۔**

حل:

i- 1 کلوگرام، 800 گرام اور 500 گرام

1kg = 1000grams

1000 : 800 : 500

10 : 8 : 5

ii- 9 دن، 2 ہفتے اور 1 ہفتہ

1 ہفتہ = 7 دِن

9:14:7

### • نسبت کی مختصر ترین شکل

ہم یہ مشاہدہ کرچکے ہیں کہ نسبت کسرِ عام ہی کی تبدیل شدہ شکل ہے۔ لہٰذا ہم کسرِ عام کی طرح کسی نسبت کو بھی مختصر کرسکتے ہیں۔ مثال کے طور پر 25 لڑکیوں اور 30 لڑکوں پر مشتمل طلبہ کی ایک جماعت کی نسبت معلوم کرنے کے لیے ہم اِسے اِس طرح لکھ سکتے ہیں۔

لڑکے : لڑکیاں

30 : 25

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مختصر کرنے کے لیے ان کے عادِ اعظم سے اِن کو تقسیم کریں۔

| لڑکے | | لڑکیاں |
|---|---|---|
| 30 ÷5 | : | 25 ÷5 |
| 6 | : | 5 |

اس مثال میں ہم غور کر سکتے ہیں کہ نسبت 5:6 میں کوئی مشترک عاد نہیں ہے اور دونوں ارکان قدرتی اعداد ہیں۔ یہ نسبت کی مختصر ترین شکل کہلاتی ہے۔

اگر کسی نسبت کے دونوں ارکان کسور عام ہوں تو پہلے اُن کے مخرجوں کے ذو اضعاف اقل سے ضرب دے کر ان کو صحیح اعداد میں تبدیل کر دیں۔ مثال کے طور پر

$$\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times 6:\frac{2}{3}\times 6=3:4$$

## مساوی نسبتیں

ہم جانتے ہیں کہ نسبت کسرِ عام کی ہی ایک شکل ہے۔لہٰذا یہاں مساوی کسور حاصل کرنے کا قانون مساوی نسبتیں حاصل کرنے کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے۔

**قانون:** اگر کسی نسبت کے دونوں ارکان کو کسی ایک ہی عدد سے ضرب یا تقسیم دے دی جائے تو نسبت کی قدر میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی۔ مثال کے طور پر ہم 1:2 کی مساوی نسبتیں معلوم کرتے ہیں۔

$$1:2,\ 1\times2:2\times2=2:4,\ 1\times3:2\times3=3:6,\ 1\times4:2\times4=4:8\ldots$$
$$1:2=2:4=3:6=4:8=\ldots$$

اس طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں $1:2=2:4=3:6=4:8$ وغیرہ

## کسرِ عام اور نسبت کے درمیان تعلق

درحقیقت نسبت کسرِ عام کی آسان ترین شکل ہے۔جس میں پہلا رکن شمار کنندہ کو اور دوسرا رکن مخرج کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\frac{1}{2}=1:2$$

شمار کنندہ ← 1، مخرج ← 2، اینٹی سیڈینٹ ← 1، کنسی کوئینٹ ← 2

نسبت کی کوئی اکائی نہیں ہوتی۔ یہ صرف ایک عدد ہے جو بتاتا ہے کہ ایک مقدار دوسری سے کتنے گنا زیادہ ہے۔

**مثال 2: دی گئی ہر نسبت کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔**

(i) 16 : 20 (ii) $\frac{2}{3}:\frac{4}{7}$

حل:

(i) 16 : 20

عادِ اعظم 4 سے تقسیم کریں۔

16÷4 : 20÷4

= 4 : 5

(ii) $\frac{2}{3}:\frac{4}{7}$

3 اور 7 کے ذو اضعاف اقل 21 سے ضرب دیں۔

$$\frac{2}{\cancel{3}}\times\cancel{21}^{7}:\frac{4}{\cancel{7}}\times\cancel{21}^{3}$$

= 14 : 12

عادِ اعظم 2 سے تقسیم کریں۔

14÷2 : 12÷2 = 7 : 6

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال 3: مختصر کیجیے۔ $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:\frac{5}{6}$

حل: $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:\frac{5}{6}$

3،2 اور 6 کے ذو اضعاف اقل سے ضرب دیں۔

$$\frac{1}{\cancel{3}}\times\cancel{6}^{2}:\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{6}^{3}:\frac{5}{\cancel{6}}\times\cancel{6}^{1}=2:3:5$$

## مشق 6.1

**1** درج ذیل کسور کو نسبتوں میں لکھیے۔

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{9}{11}$ (iv) $\frac{1}{13}$ (v) $\frac{5}{6}$

(vi) $\frac{8}{13}$ (vii) $\frac{14}{23}$ (viii) $\frac{10}{99}$ (ix) $\frac{a}{b}$ (x) $\frac{x}{y}$

**2** درج ذیل نسبتوں کو کسور میں لکھیے۔

(i) 2:3 (ii) 7:4 (iii) 19:20 (iv) 99:100

(v) 1:10 (vi) 4.1:5.2 (vii) a:b (viii) x:y

**3** درج ذیل نسبتوں کو مختصر ترین شکل میں لکھیے۔

(i) 3 : 9 (ii) 25 : 40 (iii) $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}$ (iv) $\frac{2}{3}:\frac{1}{9}$

(v) $1:\frac{1}{7}$ (vi) $5:\frac{2}{3}$ (vii) 1.3:3.9 (viii) .02:0.4

(ix) $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{8}$ (x) 75: 100: 125 (xi) 0.2 : 0.4 : 0.6 (xii) $\frac{1}{10}:\frac{1}{100}:\frac{1}{1000}$

**4** دی گئی مقداروں کو نسبتوں میں اور پھر ان کو مختصر ترین شکلوں میں لکھیے۔

i- 250 روپے اور 100 روپے ii- 800 گرام اور 2 کلوگرام iii- 500 سینٹی میٹر اور 1 میٹر

iv- 240 دن اور 1 سال v- 15 دن، 1 ہفتہ اور 1 دن

**5** مختصر کیجیے۔

i- 120 کی نسبت 12 ii- 50 کی نسبت 25 iii- 100 کی نسبت 80

iv- 48 کی نسبت 72 v- 40 کی نسبت 4000 vi- $\frac{2}{33}$ کی نسبت $\frac{1}{9}$

## 6.2 تناسب

ہم مساوی نسبتوں کے بارے میں جان چکے ہیں کہ

1:2 = 2:4

یا

2:4 = 3:6

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

دونسبتوں میں برابری کے تعلق کو تناسب کہتے ہیں۔ہم اس کی وضاحت نیچے دی گئی مثال سے کرتے ہیں۔

خالد نے 25 روپے فی ٹوپی کے حساب سے دو ٹوپیاں خریدیں۔بتائیے اس نے دو ٹوپیوں کے لیے کتنی رقم ادا کی؟

1 ٹوپی کی قیمت = 25 روپے

2 ٹوپیوں کی قیمت = $(2\times25)$ روپے = 50 روپے

ہم اس کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

| قیمت خرید | | ٹوپیاں |
|---|---|---|
| 25 : 50 | = | 1 : 2 |

اُوپر دی گئی مساوی نسبتیں ٹوپیوں کی دو مختلف تعداد اور اُن کی قیمتوں کے درمیان ایک تعلق کی طرف اشارہ کررہی ہیں۔ہم کہہ سکتے ہیں کہ نسبتوں کا آپس میں ایک خاص تناسب ہے جس کو علامت :: سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔1:2::25:50

(1 نسبت 2 اور 25 نسبت 50 میں تناسب ہے۔)

تناسب کا دوسرا اور تیسرا رُکن وسطین اور پہلا اور چوتھا رُکن طرفین کہلاتے ہیں۔

وسطین

1 : 2 :: 25 : 50

طرفین

دونسبتوں کی برابری کی تصدیق کے لیے ہم یہ فارمولا استعمال کرتے ہیں۔

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$2 \times 25 = 1 \times 50$$
$$50 = 50$$

اگر کسی تناسب کے دوسرے اور تیسرے رُکن کی قیمت ایک ہی ہو جیسا کہ a:b :: b:c سے ظاہر ہے۔یہاں b وسطی تناسب اور اس طرح کا تناسب مسلسل تناسب کہلاتا ہے۔دی گئی مثال پر غور کیجیے۔

1- فرض کریں 2:5 اور 6:15 کوئی سے دو نسبتیں ہیں اب ان کی برابری چیک کرنے کے لیے ان کو تناسب کی شکل میں لکھتے ہیں۔

$$2:5 = 6:15$$
$$2\times15 = 6\times5$$
$$30 = 30$$

پس مندرجہ بالا دو نسبتیں تناسب میں ہیں۔

$$2 : 5 :: 6 : 15$$

مثال 1: 1، 3 اور 6 کا چوتھا رُکن معلوم کیجیے۔

حل: فرض کریں چوتھا رُکن $x$ ہے۔یوں ہم لکھ سکتے ہیں کہ:

$$1 : 3 = 6 : x$$
$$1\times x = 6 \times 3$$
$$x = 18$$

پس 18 ہی 1، 3 اور 6 کا چوتھا رُکن ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مثال 2: 1 اور 9 کا وسطی تناسب معلوم کریں جبکہ یہ ایک مسلسل تناسب ہے۔

حل: فرض کیجئے۔ 1 اور 9 کا وسطی تناسب p ہے۔

$1 : p = p : 9$

$p \times p = 1 \times 9$

$p^2 = 9$

پس، 1 اور 9 کا وسطی تناسب 3 ہے۔ $p = 3$

مثال 3: 4:5 اور 7:10 میں سے کون سی نسبت بڑی ہے؟

حل: ہم ان کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$4:5 = 7:10$

$4 \times 10 = 7 \times 5$

$40 > 35$

$4:5 > 7:10$

∴ 4:5 کی نسبت 7:10 بڑی ہے۔

## 6.2.1 تناسب راست

تناسب راست ایسا تعلق ہوتا ہے جس میں ایک مقدار کے بڑھنے یا کم ہونے سے دوسری مقدار بھی اُسی نسبت سے بڑھتی یا کم ہوتی ہے۔ اگر ایک چیونگم کی قیمت 5 روپے ہو تو دو، تین اور زیادہ چیونگم کی قیمت کیا ہوگی؟ ہم چیونگم کی مختلف تعداد کی جو قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔ وہ نیچے دیے گئے جدول سے ظاہر ہے۔

| چیونگم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| قیمت خرید | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

اُوپر دیے گئے جدّول میں ہم غور کر سکتے ہیں کہ جوں جوں چیونگم کی تعداد بڑھ رہی ہے اُسی تناسب سے قیمت بھی بڑھ رہی ہے۔ لہٰذا یہاں کہا جاتا ہے کہ چیونگم کی قیمت اور تعداد میں ایک خاص تناسب ہے جسے راست تناسب کہتے ہیں۔

مثال 4: اگر ایک دھوبی 10 منٹ میں 2 شرٹس استری کرتا ہے تو بتایئے ایک گھنٹے میں وہ کتنی شرٹس استری کر سکتا ہے؟

حل: (وقت اور شرٹس کی تعداد میں راست تناسب ہے۔)

ہم مندرجہ بالا معاملے کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

| وقت | شرٹس |
|---|---|
| 10 | 2 |
| 60 | $x$ |

1 گھنٹا = 60 منٹ

$\frac{2}{x} = \frac{10}{60}$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{6}$

$1 \times x = 2 \times 6$

$x = 12$

پس دھوبی 1 گھنٹے میں 12 شرٹس استری کر سکتا ہے۔

## 6.2.2 تناسب معکوس

تناسب معکوس ایک ایسا تعلق ہے جس میں ایک مقدار گھٹانے سے دوسری مقدار اُسی نسبت سے بڑھتی ہے اور وہی مقدار بڑھانے سے دوسری مقدار اُسی نسبت سے گھٹتی ہے۔ سلیم کی فیکٹری اس کے گھر 100 کلومیٹر کے فاصلے پر ہے۔ وہ اس سفر کو گاڑی کی سپیڈ تبدیل کر کے مختلف اوقات میں طے کر سکتا ہے۔ نیچے دیے گئے جدّول میں مختلف سپیڈ اور گاڑی کے اوقات ظاہر کیے گئے ہیں۔

| سپیڈ (کلومیٹر فی گھنٹا) | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| وقت (منٹوں میں) | 150 | 120 | 100 | 75 | 60 |

اُوپر دیے گئے جدّول میں ہم غور کر سکتے ہیں کہ گاڑی کی سپیڈ بڑھانے سے سفر کا وقت کم ہو جاتا ہے۔ گاڑی کی سپیڈ اور وقت کے درمیانی اس تناسب کو تناسب معکوس کہتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال 5: ایک پراجیکٹ 150 مزدوروں کی مدد سے 40 دن میں مکمل ہوسکتا ہے۔لیکن اس پراجیکٹ کے مینیجر نے 16 دن کے بعد مزید 30 مزدور منگوا لیے۔ بتایئے باقی پراجیکٹ کتنے دنوں میں مکمل ہوگا؟

حل:

(مزدوروں کی تعداد اور دِنوں کی تعداد کے درمیان تناسب معکوس ہے۔)

مزدوروں کی تعداد = 150 مزدور

150 مزدور پراجیکٹ مکمل کر سکتے ہیں = 40 دن

بقیہ دِن = (40 – 16) دِن = 24 دِن

کُل مزدور = (150+30) مزدور = 180 مزدور

فرض کیجیے کہ 180 مزدور اس پراجیکٹ کو $x$ دنوں میں مکمل کریں گے۔

| مزدور | دِن |
|---|---|
| 150 ↓ | ↑ 24 |
| 180 | $x$ |

$$\frac{150}{180} = \frac{x}{24}$$

$$x \times 180 = 150 \times 24$$

$$x = \frac{\cancel{150}^{5} \times \cancel{24}^{4}}{\cancel{180}_{6}} = 20 \text{ دِن}$$

پس: 180 مزدور اس پراجیکٹ کو 20 دنوں میں مکمل کریں گے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 6.2

1 درج ذیل میں P کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $\frac{2}{5} = \frac{P}{20}$ (ii) $\frac{P}{5} = \frac{3}{10}$ (iii) $\frac{0.1}{0.4} = \frac{6}{P}$

2 دیے گئے تناسبوں میں $x$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $2 : 7 :: x : 49$ (ii) $8 : 12 :: 6 : x$

(iii) $1.2 : 3.6 :: x : 3$ (iv) $x : 2 :: 150 : 100$

3 5:9 ایک نسبت ہے اگر اس کے پہلے رُکن کو 40 کر دیا جائے تو دوسرا رُکن کیا ہوگا؟

4 1، 3 اور 4 کا چوتھا متناسب کیا ہوگا؟

5 4 اور 9 کا وسطی تناسب معلوم کیجیے۔

6 اگر ایک دن میں 6 سلائی مشینوں پر 150 شرٹس کی سلائی کی جا سکتی ہے تو بتایئے ایک دن میں 225 شرٹس لینے کے لیے کتنی مشینوں کی ضرورت ہوگی؟

7 اگر 7 بھینسیں 56 لٹر دودھ دیتی ہیں تو 12 بھینسیں کتنا دودھ دیں گی؟

8 ایک کسان کے پاس 33 گائیوں کے لیے 8 دِن کی خوراک موجود ہے۔ اُس نے 11 گائیں اور خرید لیں۔ بتایے اب اُس کے پاس کتنے دنوں کی خوراک موجود ہے؟

9 اگر 40 مزدور ایک کام 35 دنوں میں مکمل کر لیتے ہیں۔ بتایے 10 مزدور مزید بڑھانے سے وہی کام کتنے دِنوں میں مکمل ہو جائے گا؟

10 رحیم نے اپنے ملازم کو 1 ہفتہ اور 3 دِن کی اُجرت کے 750 روپے ادا کیے۔ تو بتایے وہ 30 دِنوں کے لیے اسے کتنی رقم ادا کرے گا؟

11 ایک مشین 60°C کے درجہ حرارت پر 45 منٹ میں کام شروع کر دیتی ہے۔ بتایئے وہ 75°C کے درجہ حرارت پر کتنی دیر میں کام شروع کر دے گی؟

12 72 لوگوں کے پاس 7 دِن کی خوراک موجود تھی۔ مگر 1 دِن کے بعد انہوں نے اِرادہ کیا اس خوراک کو 3 دِن میں ختم کرنا ہے، اِس لیے انھوں نے مزید کچھ لوگ اپنے ساتھ شامل کر لیے۔ بتایے اُنھوں نے مزید کتنے لوگ شامل کیے ہیں؟

## خلاصہ

- دو ہم جنس مقداروں کے باہمی عددی تعلق کو نسبت کہتے ہیں۔
- دو مقداروں کے درمیان نسبت معلوم کرنے کے لیے اُن کی اکائیاں ایک جیسی ہونی چاہییں۔ نسبت کسرِ عام کی ہی تبدیل شدہ شکل ہے۔
- جب نسبت کے دونوں ارکان کو ایک ہی عدد سے ضرب دیا یا تقسیم کیا جائے تو نسبت کی قدر میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔
- دو نسبتوں میں برابری کے تعلق کو تناسب کہتے ہیں۔
- تناسب میں دوسرے اور تیسرے رُکن کو وسطین اور پہلے اور چوتھے رکن کو طرفین کہتے ہیں۔
- ایک نسبت کا دوسری نسبت کے ساتھ تناسب میں ہونے کے لیے ضروری ہے کہ وسطین کا حاصلِ ضرب اس کے طرفین کے حاصلِ ضرب کے برابر ہو۔
- تناسب راست ایک ایسا تعلق ہے جس میں ایک مقدار بڑھانے یا گھٹانے سے دوسری مقدار اُسی تناسب میں خود بخود بڑھتی اور گھٹتی ہے۔
- تناسب معکوس ایک ایسا تعلق ہے جس میں ایک مقدار بڑھانے سے دوسری مقدار کم ہوتی ہے اور پہلی مقدار گھٹانے سے دوسری مقدار بڑھ جاتی ہے۔

# نظرِ ثانی مشق 6

1 درج ذیل نسبتیں آسان ترین شکل میں لکھیے۔

i- 105 روپے اور 150 روپے ii- 35 میٹر اور 119 میٹر iii- 0.76 میٹر اور 1.9 میٹر iv- 26 لٹر اور 39 لٹر

2 ایک ٹوکری میں موجود 150 انڈوں میں سے 25 انڈے گندے نکلے۔ نسبت معلوم کریں۔

i- گندے اور ٹھیک انڈوں کے درمیان ii- گندے اور کُل انڈوں کے درمیان iii- ٹھیک اور کُل انڈوں کے درمیان

3 ایک بس کے 75 مسافروں میں سے 35 مرد، 30 عورتیں اور باقی بچے ہیں۔ نسبت معلوم کریں۔

i- مردوں اور کُل مسافروں کے درمیان ii- عورتوں اور کُل مسافروں کے درمیان iii- بچوں اور کُل مسافروں کے درمیان

4 علی، عثمان اور ولید نے ایک رقم 2:5:3 کی نسبت سے آپس میں تقسیم کی۔ اگر علی کو 170 روپے ملے تو بتایئے عثمان اور ولید کو کتنے روپے ملے۔ کُل رقم بھی بتایے۔

5 علیحہ نے 160 میٹر کا فاصلہ 200 قدموں میں طے کیا۔ بتایے وہ 350 قدموں میں کتنے میٹر فاصلہ طے کرے گی؟

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

6 اگر ایک گاڑی 162 کلومیٹر کے سفر کے لیے 9 لٹر پٹرول استعمال کرتی ہے تو بتائیے اُس گاڑی کو 306 کلومیٹر کے سفر کے لیے کتنے لٹر پٹرول درکار ہوگا؟

7 ایک فوجی کیمپ میں 200 افراد کے لیے 60 دنوں کی خوراک موجود ہے۔ اگر کیمپ میں 160 افراد رہ جائیں تو بتائیں خوراک کتنے دن کے لیے کافی ہوگی؟

8 اگر 45 بکریاں ایک کھیت کو 13 دنوں میں چر سکتی ہیں تو بتایے اُسی کھیت کو 1 دن میں کتنی بکریاں چر لیں گی؟

## معروضی مشق 6

1 درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

i- نسبت کسے کہتے ہیں؟

ii- تناسب کی تعریف کیجیے۔

iii- کسی تناسب کے طرفین کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

2 خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

i- ........................ کی آسان ترین شکل اور کسر عام کی مختصر ترین شکل میں کوئی فرق نہیں ہوتا۔

ii- تناسب کا دوسرا اور تیسرا رُکن اس کے ........................ کہلاتے ہیں۔

iii- ........................ تناسب ایسا تعلق ہے جس میں ایک مقدار بڑھانے یا گھٹانے سے دوسری مقدار بھی اُسی تناسب سے بڑھتی اور گھٹتی ہے۔

3 دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

i- نسبت کے لیے علامت استعمال ہوتی ہے۔

(a) : (b) , (c) ; (d) ::

ii- $a:b = c:d$ صرف تب ممکن ہے اگر:

(a) $a \times b = c \times d$ (b) $a \times c = b \times d$ (c) $b \times c = a \times d$ (d) $c \times d = a \times b$

iii- $\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔

(a) 2 : 4 (b) 4 : 2 (c) 2 : 1 (d) 1 : 2

iv- 10:15 مساوی نسبت ہے۔

(a) 15 : 10 (b) 2 : 3 (c) 2 : 5 (d) 3 : 2

v- دو نسبتوں کی مقداروں کے درمیان برابری کے تعلق کو کہتے ہیں۔

(a) کراس ضرب (b) تناسب (c) مساوی نسبت (d) نسبت

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یونٹ
7

# مالی امور سے متعلق حساب

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- فی صد کو ایسی کسر عام کے طور پر پہچانیں جس کا مخرج 100 ہوتا ہے۔
- فی صد کو 100 کے مخرج والی کسر عام کی صورت میں لکھیں اور مختصر کریں۔
- کسر عام کو 100% سے ضرب دے کر فی صد میں تبدیل کریں۔
- فی صد کو 100 کے مخرج والی کسر عام میں لکھیں اور پھر کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کریں۔
- کسرِ اعشاریہ کو 100 کے مخرج والی کسرِ عام میں لکھیں اور پھر فی صد میں تبدیل کریں۔
- فی صد کے متعلق روزمرّہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔
- تعریف کریں۔
  - قیمت فروخت اور قیمت خرید
  - نفع، نقصان اور ڈسکاؤنٹ
  - نفع فی صد اور نقصان فی صد
- نفع، نقصان اور ڈسکاؤنٹ سے متعلق روزمرّہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 7.1 فی صد

ایسی نسبت جس کا دوسرا رُکن 100 ہو یا ایسی کسر جس کا مخرج 100 ہو فی صد کہلاتی ہے۔ مثلاً اگر زین 100 روپے کماتا ہے اور اُس میں سے 2 روپے گورنمنٹ کو بطور ٹیکس دیتا ہے تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ وہ 2 فی صد بطور ٹیکس ادا کرتا ہے۔ جس کو 2% کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

زین نے ٹیکس ادا کیا = 100 روپے میں سے 2 روپے

$= \frac{2}{100} = 2\%$ یا مجموعی طور پر 2 فی صد

اگر زین 350 روپے کماتا ہے اور وہ اسی شرح (2%) کے حساب سے ٹیکس ادا کرتا ہے تو بتایئے وہ کتنا ٹیکس ادا کرے گا؟ ہم ٹیکس کی اس رقم کو معلوم کرنے کے لیے 350 روپے کو 2% سے ضرب دیتے ہیں اور جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے اُس کو فی صد معلوم کرنا کہتے ہیں۔

### 7.1.1 فی صد کے کچھ بنیادی تصورات

i- ایسی کسر جس کا مخرج 100 ہو فی صد کہلاتی ہے۔ مثال کے طور پر: $\frac{35}{100}$ کو 35 فی صد لکھا جاسکتا ہے۔

ii- $\frac{35}{100}$ کی کسر کا مطلب ہوتا ہے 100 حصوں میں سے 35 حصے۔ لہٰذا فی صد کا مطلب ہوا "ہر سو میں سے"۔

iii- ہم فی صد کا لفظ لکھنے کی بجائے % کی علامت استعمال کرتے ہیں۔ لہٰذا ہم 35 فی صد کو 35% لکھ سکتے ہیں۔

iv- کسی کسرِ عام کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے ہم صرف اس کسرِ عام کو 100% سے ضرب دیتے ہیں۔ مثال کے طور پر

$$\frac{4}{25} = \frac{4}{25} \times 1 = \frac{4}{25} \times \frac{100}{100} = \frac{\cancel{400}^{16}}{\cancel{25}} \times \frac{1}{100} = 16\%$$

v- کسی فی صد کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے لیے پہلے اس کو کسرِ عام میں تبدیل کریں پھر اس کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کریں۔ مثال کے طور پر:

$$35\% = \frac{35}{100} = 0.35$$

**مثال 1:** کسورِ عام اور کسورِ اعشاریہ میں لکھیے۔

(i) 4.5%　(ii) 420%　(iii) 350%

**حل:**

(i) 4.5%

کسرِ عام ; $4.5\% = \frac{4.5}{100} = \frac{\cancel{45}^{9}}{\cancel{1000}_{200}} = \frac{9}{200}$

کسرِ اعشاریہ ; $4.5\% = \frac{4.5}{100} = 0.045$

(ii) 420%

کسرِ عام ; $420\% = \frac{\cancel{420}^{21}}{\cancel{100}_{5}} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$

کسرِ اعشاریہ ; $420\% = \frac{420}{100} = 4.2$

(iii) 350%

کسرِ عام ; $350\% = \frac{\cancel{350}^{7}}{\cancel{100}_{2}} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

کسرِ اعشاریہ ; $350\% = \frac{350}{100} = 3.5$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال 2: درج ذیل کو فی صد میں لکھیے۔

حل: (i) $\frac{2}{25}$ (ii) 0.75 (iii) 3.5 (iv) $\frac{3}{5}$

(i) $\frac{2}{25}$

فی صد : $\frac{2}{25} = \frac{2}{\cancel{25}} \times \overset{4}{\cancel{100}}\ \% = 8\%$

(ii) 0.75

فی صد : $0.75 = \frac{75}{\cancel{100}} \times \cancel{100}\ \% = 75\%$

(iii) 3.5

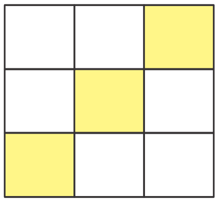
فی صد : $3.5 = \frac{35}{\cancel{10}} \times \overset{10}{\cancel{100}}\ \% = 350\%$

(iv) $\frac{3}{5}$

فی صد : $\frac{3}{5} = \frac{3}{\cancel{5}} \times \overset{20}{\cancel{100}}\ \% = 60\%$

## کسرِ عام، کسرِ اعشاریہ، نسبت اور فی صد

ہم کسی بھی صورت حال کو کسرِ عام، کسرِ اعشاریہ، نسبت اور فی صد کی مدد سے بیان کر سکتے ہیں، دی گئی شکل (a) کے 9 حصوں میں سے 3 رنگ دار حصوں کو ایسے بیان کیا جا سکتا ہے:



i- کسرِ عام : $\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{1}{3}$

ii- کسرِ اعشاریہ : $\frac{3}{9} = 0.333$

iii- نسبت : $3 : 9 = 1 : 3$

iv- فی صد : $\frac{3}{9} \times 100\% = 33.33\%$

مثال 3: دی گئی صورتِ حال کو کسرِ عام، کسرِ اعشاریہ، نسبت اور فی صد میں لکھیے۔

a- 100 طلبا میں سے 25 طلبا
b- 40 مزدوروں میں سے 7 مزدور
c- 25 نمبروں میں سے 16 نمبر
d- 80 پوزیشنز میں سے 3 پوزیشنز

حل:

a- 100 طلبا میں سے 25 طلبا

i. کسرِ عام : $\frac{\cancel{25}}{\underset{4}{\cancel{100}}} = \frac{1}{4}$

ii. کسرِ اعشاریہ : $\frac{25}{100} = 0.25$

iii. نسبت : $\cancel{25} : \overset{4}{\cancel{100}} = 1:4$

iv. فی صد : $\frac{25}{\cancel{100}} \times \cancel{100}\ \% = 25\%$

b- 40 مزدوروں میں سے 7 مزدور

i. کسرِ عام : $\frac{7}{40}$

ii. کسرِ اعشاریہ : $\frac{7}{40} = 0.175$

iii. نسبت : $7 : 40$

iv. فی صد : $\frac{7}{40} \times 100\% = 17.5\%$

c- 25 نمبروں میں سے 16 نمبر

i. کسرِ عام : $\frac{16}{25}$

ii. کسرِ اعشاریہ : $\frac{16}{25} = 0.64$

iii. نسبت : $16 : 25$

iv. فی صد : $\frac{16}{\cancel{25}} \times \overset{4}{\cancel{100}}\% = 64\%$

d- 80 پوزیشنز میں سے 3 پوزیشنز

i. کسرِ عام : $\frac{3}{80}$

ii. کسرِ اعشاریہ : $\frac{3}{80} = 0.0375$

iii. نسبت : $3 : 80$

iv. فی صد : $\frac{3}{80} \times 100\% = 3.75\%$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## فی صد کا استعمال

نیچے اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ کیسے دی گئی مقدار اور اس کی فی صد کی مدد سے مطلوبہ مقدار معلوم کی جاتی ہے۔ ہم فی صد کے استعمال کے اس طریقے کو چند مثالوں سے واضح کرتے ہیں۔

مثال 4: فی صد کی مدد سے دی گئی مقداریں معلوم کیجیے۔

i- 40 کا 15%  ii- 10 کا 40%  iii- 300 کا 32%  iv- 20 کا 125%  v- 10,000 کا 1%

حل:

(i) 40 کا 15%

$= \frac{15}{100}$ کا 40  $\because 15\% = \frac{15}{100}$

$= \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{20}{\cancel{100}}} \times \overset{2}{\cancel{40}} = 6$

(ii) 10 کا 40%

$= \frac{40}{100}$ کا 10  $\because 40\% = \frac{40}{100}$

$= \frac{\overset{4}{\cancel{40}}}{\underset{10}{\cancel{100}}} \times \cancel{10} = 4$

(iii) 300 کا 32%

$= \frac{32}{100}$ کا 300  $\because 32\% = \frac{32}{100}$

$= \frac{32}{\cancel{100}} \times \overset{3}{\cancel{300}} = 96$

(iv) 20 کا 125%

$= \frac{125}{100}$ کا 20  $\because 125\% = \frac{125}{100}$

$= \frac{\overset{25}{\cancel{125}}}{\underset{5}{\cancel{100}}} \times \cancel{20} = 25$

(v) 10,000 کا 1%

$= \frac{1}{100}$ کا 10,000  $\because 1\% = \frac{1}{100}$

$= \frac{1}{\cancel{100}} \times \overset{100}{\cancel{10,000}} = 100$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 7.1

**1** کسورِ عام اور کسورِ اعشاریہ میں لکھیے۔

(i) 45%  (ii) 6%  (iii) 56%  (iv) 96%  (v) 18%  (vi) 48%
(vii) 78%  (viii) 89%  (ix) 68%  (x) 15%  (xi) 350%  (xii) 160%

**2** فی صد میں تبدیل کیجیے۔

(i) $\frac{1}{2}$  (ii) 0.25  (iii) $\frac{7}{2}$  (iv) $\frac{1}{8}$  (v) $\frac{3}{10}$  (vi) $\frac{9}{20}$  (vii) 0.59  (viii) 3.8

**3** دی گئی صورتِ حال کو کسورِ عام، کسورِ اعشاریہ، نسبت اور فی صد میں لکھیے۔

i- 100 نمبروں میں سے 50 نمبر  ii- 150 میٹر میں سے 90 میٹر  iii- 1 گھنٹے میں سے 48 منٹ
iv- 1 سال میں سے 8 ماہ  v- 2 درجن انڈوں میں سے 16 انڈے  vi- 850 نمبروں میں سے 510 نمبر
vii- 2 کلوگرام میں سے 700 گرام  viii- 75 طلبا میں سے 42 طلبا  ix- 4500 روپے میں سے 900 روپے
x- 9800 روپے میں سے 245 روپے  xi- 90 لٹر میں سے 15 لٹر  xii- 1 لٹر میں سے 125 ملی لٹر

## 4 فی صد معلوم کیجیے۔

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (i) 50 کا 8 % | (ii) 25 کا 64 % | (iii) 4 کا 75 % | (iv) 1000 کا 3.5 % | (v) 180 کا 50 % |
| (vi) 190 کا 90 % | (vii) 60 کا 65 % | (viii) 1400 کا 18 % | (xi) 2000 کا 18.5 % | (x) 3000 کا 9.5 % |

### عبارتی سوالات

مثال 1: زارا نے انگلش کے امتحان میں 75 نمبروں میں سے 80% نمبر حاصل کیے۔ بتایے اس نے کتنے نمبر حاصل کیے؟

حل:

کُل نمبر = 75 نمبر

زارا نے نمبر حاصل کیے = 75 نمبروں کے 80%

$= \frac{80}{100} \times 75 = 60$ نمبر

پس زارا نے 75 نمبروں میں سے 60 نمبر حاصل کیے۔

مثال 2: ساجد نے اپنی تنخواہ کا $\frac{3}{8}$ حصہ مکان کا کرایہ ادا کیا۔ مکان کے کرائے اور بقیہ رقم کا فیصد معلوم کیجیے۔

حل:

مکان کا کرایہ = تنخواہ کا $\frac{3}{8}$ حصہ

مکان کے کرائے کا فی صد = $\frac{3}{8} \times 100\% = 37.5$ فی صد

بقیہ رقم کا فی صد = $100\% - 37.5\% = 62.5$ فی صد

مثال 3: افضل نے 1100 نمبروں میں سے 825 نمبر حاصل کیے۔ افضل کے نمبر کتنے فی صد ہیں؟

حل:

1100 میں سے 825 نمبر

**1- اکائی کا طریقہ**

1100 میں سے نمبر = 825

1 میں سے نمبر = $\frac{825}{1100}$

100 میں سے نمبر = $\frac{\cancel{825}^{75}}{\cancel{1100}} \times \cancel{100}\%$

فی صد نمبر = 75%

**2- تناسب کا طریقہ**

| فی صد | نمبر |
|---|---|
| 100% | 1100 |
| $x$ | 825 |

نمبروں اور فی صد کا تناسب معلوم کریں۔

$$\frac{1100}{825} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = \frac{825}{1100} \times 100\% = 75\%$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال 4: ایک روزہ میچ میں انضمام الحق کا اسکور 78 رنز ہے۔ جب کہ پوری ٹیم کا کُل اسکور 325 رنز ہے۔ بتایئے انضمام کا اسکور کتنے فی صد ہے؟

حل:

325 رنز میں سے 78 رنز

**1- اکائی کا طریقہ**

325 رنز میں سے انضمام کا اسکور = 78 رنز

1 رنز میں سے انضمام کا اسکور = $\frac{78}{325}$ رنز

100 رنز میں سے انضمام کا اسکور = $\frac{78}{325}\times 100\%$

انضمام کا فی صد اسکور = 24%

**2- تناسب کا طریقہ**

| رنز | فی صد |
|---|---|
| 325 ↓ | ↓ 100% |
| 78 | $x$ |

$$\frac{325}{78} = \frac{100\%}{x}$$

$$x = 100\% \times \frac{78}{325} = 24\%$$

مثال 5: نعیم نے اپنے پارٹنر کو 25% منافع دیا۔ اگر پارٹنر کو 4000 روپے ملے۔ بتایئے نعیم کے پاس کتنے روپے بچ گئے؟

حل:

## 1- اکائی کا طریقہ

ہم اِس کو دو طرح سے حل کر سکتے ہیں۔

i

منافع کا 25% = 4000 روپے

منافع کا 1% = $\frac{4000}{25}$ روپے

منافع کا 100% = $\frac{4000}{25}\times 100$ روپے

= 16000 روپے

پس، نعیم کا حصہ ہے = 16000 روپے − 4000 روپے

= 12000 روپے

ii پہلے نعیم کا منافع فی صد معلوم کریں۔

نعیم کا منافع فی صد = 100% − 25%

= 75%

منافع کا 25% = 4000 روپے

منافع کا 1% = $\frac{4000}{25}$ روپے

منافع کا 75% = $(\frac{4000}{25}\times 75)$

= 12000 روپے

## 2- تناسب کا طریقہ

یہاں پر بھی ہمارے پاس سوال حل کرنے کے دو طریقے ہیں۔

i

منافع کا 25% = 4000

منافع کا 100% = ؟

| منافع | فی صد |
|---|---|
| 4000 ↓ | ↓ 25% |
| $x$ | 100% |

$$\frac{4000}{x} = \frac{25}{100}$$

$$x = \frac{4000\times 100}{25} = 16000$$ روپے

نعیم کا حصہ = 16000 − 4000

= 12000 روپے

ii پہلے نعیم کا منافع فی صد معلوم کریں۔

نعیم کا منافع فی صد = ؟

100% − 25% = 75%

| منافع | فی صد |
|---|---|
| 4000 ↓ | ↓ 25% |
| $x$ | 75% |

$$\frac{4000}{x} = \frac{25}{75}$$

$$x = \frac{4000\times 75}{25} = 12000$$ روپے

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 7.2

1 سعید کے پاس 75 روپے ہیں۔ اُس نے 20% بطورِ خیرات دیے۔ بتایے اُس کے پاس کتنی رقم بچ گئی؟

2 کومل نے 44 میٹر کپڑے میں سے 5.5 میٹر کپڑا لے کر ایک سوٹ بنایا۔ بتایے اُس نے سوٹ کے لیے کتنے فی صد کپڑا استعمال کیا؟

3 ایک سالانہ امتحان میں کسی اسکول کے 300 طلبا میں سے 85% پاس ہوئے۔ بتایے کتنے طلبا فیل ہوئے؟

4 ایک سڑک کی 60% لمبائی 75 کلومیٹر ہے۔ بتایے سڑک کی کل لمبائی کیا ہے؟

5 ثنا نے 550 نمبروں میں سے 484 نمبر حاصل کیے۔ بتایے اُس نے کتنے فی صد نمبر حاصل کیے؟

6 ایک قصبے کے الیکشن میں 15000 ووٹروں میں سے 35% نے ووٹ نہیں ڈالا۔ بتایے کتنے لوگوں نے ووٹ ڈالا؟

7 ایک ٹیسٹ میچ میں شعیب ملک نے پہلی اننگز میں 134 رنز اور دوسری اننگز میں 41 رنز بنائے۔ اگر دونوں اننگز کا کُل اسکور 500 رنز تھا تو بتایے اس میں شعیب کا اسکور کتنے فی صد ہے؟

8 فاروق نے اپنی تنخواہ کا 25% گھر کے کرائے کے طور پر اور 50% دیگر اخراجات کے لیے ادا کیے۔ اگر اُس کی تنخواہ 8000 روپے ہو تو اُس کے پاس بچ جانے والی رقم بتایے۔

9 شکیل کے پاس 7500 روپے تھے۔ اُس نے 1500 روپے کا قرض ادا کیا۔ بقیہ رقم کل کا کتنا فی صد ہے؟

10 نور نے 2000 روپے میں سے 1440 روپے خرچ کیے اور بقیہ بچا لیے۔ بچت فی صد میں بتایے۔

11 ایک جوتا ساز کمپنی کی کُل پیداوار کا 4.25% خراب ہو جاتا ہے۔ اگر کمپنی 28,000 جوتے تیار کرتی ہے تو بتایے کتنے جوتے خراب ہوتے ہیں؟

12 اگر 60 روپے کسی رقم کا 40% ہو تو اصل رقم بتایے۔

13 بانو جیب خرچ کا 70% خرچ اور 30% بچاتی ہے۔ اگر بانو کا جیب خرچ 1800 روپے ہے تو بتایے وہ کتنی رقم خرچ اور کتنی بچاتی ہے؟

14 200 لٹر خالص دودھ میں سے 77 لٹر بالائی نکلتی ہے۔ بتایے 200 لٹر خالص دودھ میں کتنے فی صد بالائی ہوتی ہے؟

15 پاکستان میں ہر 5 میں سے 3 لوگ سگریٹ پیتے ہیں۔ بتایے کتنے فی صد لوگ پاکستان میں سگریٹ پیتے ہیں؟

## 7.2 نفع، نقصان اور ڈسکاؤنٹ

ایک تاجر کی زندگی میں رقم کا لین دین روز کا معاملہ ہوتا ہے۔ وہ اکثر ہول سیلر کو رقم جو قیمت خرید کہلاتی ہے ادا کر کے اشیا خریدتا ہے اور اُسے گاہکوں کو کسی رقم جو قیمت فروخت کہلاتی ہے کے عوض بیچ دیتا ہے۔ رقم کے اِس لین دین کے دوران ایک تاجر جو کماتا یا گنواتا ہے وہ اُس کا نفع یا نقصان کہلاتا ہے۔ ہم نفع یا نقصان کو دی گئی مثالوں کی مدد سے واضح کرتے ہیں۔

i- انیس نے ایک کتاب 50 روپے میں خریدی اور 75 روپے میں بیچ دی۔ بتایے اُس کو نفع ہوا یا نقصان۔ اِس مثال میں کتاب کی قیمت خرید 50 روپے ہے اور قیمت فروخت 75 روپے جو کہ قیمت خرید سے زیادہ ہے۔ لہٰذا اِس منافع کو ہم ایسے معلوم کر سکتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

قیمت خرید – قیمت فروخت = منافع

ہم اِس منافع کو فی صد میں بھی دیے گئے فارمولے سے معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\text{منافع فی صد} = \frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

ii- سمیرا نے ایک پین 18 روپے میں خریدا اور اُسے اپنی بہن کو 15 روپے میں بیچ دیا۔ بتایئے اُسے نفع ہوا یا نقصان؟ اِس مثال میں پین کی قیمت خرید 18 روپے اور قیمت فروخت 15 روپے ہے جو قیمت خرید سے کم ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ سمیرا کو نقصان ہوا جس کو معلوم کیا جا سکتا ہے۔

قیمت فروخت – قیمت خرید = نقصان

اِس نقصان کو فی صد میں دیے گئے فارمولے سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$\text{نقصان فی صد} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

ہم فی صد نفع یا فی صد نقصان قیمت خرید کی مدد سے معلوم کرتے ہیں۔

مثال 1: اگر قیمت خرید 490 روپے اور قیمت فروخت 580 روپے ہو تو نفع فی صد معلوم کیجیے۔

حل:

قیمت خرید = 490 روپے

قیمت فروخت = 580 روپے

نفع = 580 روپے – 490 روپے = 90 روپے

$$\text{نفع}\ \% = \frac{\text{نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$= \frac{90}{490} \times 100 = 18.37\%$$

مثال 2: شیر علی نے 990 روپے میں 45 کلوگرام آم خریدے۔ اِس نے 22 کلوگرام آم 15 روپے فی کلوگرام کے حساب سے اور 23 کلوگرام آم 20 روپے فی کلوگرام کے حساب سے فروخت کیے۔ بتایے شیر علی نے کتنا نفع یا نقصان حاصل کیا؟

حل:

45 کلوگرام آم کی قیمت خرید = 990 روپے

22 کلوگرام آم کی قیمت فروخت = 22×15 روپے = 330 روپے

23 کلوگرام آم کی قیمت فروخت = 23×20 روپے = 460 روپے

کُل قیمت فروخت = (330 + 460) = 790 روپے

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یہاں،ہم دیکھ سکتے ہیں: قیمت خرید > قیمت فروخت

نقصان = قیمت خرید – قیمت فروخت

200 روپے = 990 روپے – 790 روپے

شیر علی کو 200 روپے کا نقصان ہوا۔

مثال 3: ندیم نے 150 روپے میں 10 کلوگرام اور 250 روپے میں 25 کلوگرام ٹماٹر خریدے۔ اُس نے تمام ٹماٹر 20 روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچے۔ بتایے اُس کو نفع ہوا ہے یا نقصان؟

حل:

10 کلوگرام ٹماٹروں کی قیمت خرید = 150 روپے

25 کلوگرام ٹماٹروں کی قیمت خرید = 250 روپے

ٹماٹروں کی کُل قیمت خرید = (150 + 250) روپے = 400 روپے

35 کلوگرام ٹماٹروں کی قیمت فروخت = (20×35) روپے = 700 روپے

اُوپر ہم دیکھ سکتے ہیں کہ: قیمت خرید < قیمت فروخت پس، ندیم کو نفع ہوا ہے۔

مثال 4: عظیم نے 315 روپے میں 90 انڈے خریدے جن میں سے 10 انڈے گندے نکلے۔ اُس نے تمام انڈے 4 روپے فی انڈہ کے حساب سے بیچ دیے۔ بتایے عظیم کو نفع ہوا یا نقصان؟ اِس کا فی صد بھی معلوم کیجیے۔

حل:

90 انڈوں کی قیمت = 315 روپے

بقیہ انڈے = (90 – 10) انڈے = 80 انڈے

80 انڈوں کی قیمت فروخت = 4×80 = 320 روپے

نفع = قیمت فروخت – قیمت خرید

$= 320 - 315 = 5$ روپے

فی صد نفع $= \frac{5}{315} \times 100 = 1.59\%$

مثال 5: ایک گھڑی 25% نقصان کے ساتھ 600 روپے میں بیچی گئی۔ قیمت خرید معلوم کیجیے۔

حل:

قیمت فروخت = 600 روپے     %نقصان = 25%

فرض کریں قیمت خرید 100 روپے ہو تو قیمت فروخت ہو گی۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

قیمتِ فروخت = قیمتِ خرید − نقصان

75روپے = 100روپے − 25روپے

| قیمتِ فروخت | قیمتِ خرید |
|---|---|
| 75 | 100 |
| 600 | $x$ |

$$\frac{x}{100} = \frac{600}{75}$$

$$x = \frac{600 \times 100}{75} = 800 \text{ روپے}$$

## 7.2.1 ڈسکاؤنٹ

اصل قیمت اور قیمتِ فروخت کے درمیان کا فرق ڈسکاؤنٹ کہلاتا ہے اور اس کی شرح فی صد اصل قیمت پر معلوم کی جاتی ہے۔

ڈسکاؤنٹ = اصل قیمت − قیمتِ فروخت

**مثال 5:** کومل نے ایک سوٹ 450روپے میں خریدا جبکہ اُس کی اصل قیمت 525روپے تھی۔ ڈسکاؤنٹ فی صد معلوم کیجیے۔

حل:

قیمتِ فروخت = 450روپے　　　اصل قیمت = 525روپے

ڈسکاؤنٹ = 525 − 450 = 75روپے　　　فی صد ڈسکاؤنٹ = ؟

**1 اکائی کا طریقہ**

525روپے میں سے ڈسکاؤنٹ = 75روپے

1روپے میں سے ڈسکاؤنٹ = $\frac{75}{525}$ روپے

100روپے میں سے ڈسکاؤنٹ = $(\frac{75}{525} \times 100)\%$ فی صد

فی صد ڈسکاؤنٹ = 14.29%

**2 تناسب کا طریقہ**

| ڈسکاؤنٹ | اصل قیمت |
|---|---|
| 75 | 525 |
| $x$ | 100 |

$$\frac{x}{75} = \frac{100}{525}$$

$$x = \frac{75 \times 100}{525} = 14.29 \text{ روپے}$$

فی صد ڈسکاؤنٹ = 14.29%

## مشق 7.3

1. ایک کتب فروش نے ایک کتاب 70روپے میں بیچی اور 40% نفع حاصل کیا۔ نفع معلوم کیجیے۔
2. ایک دوکان دار نے ایک کھلونا 20% نقصان کے ساتھ 96روپے میں بیچا۔ نقصان معلوم کیجیے۔
3. چاند نے ایک شرٹ 250روپے میں خریدی اور 295روپے میں بیچ دی۔ نفع فی صد معلوم کیجیے۔
4. ولید نے ایک درجن پین 144روپے میں خریدے اور 11روپے فی پین کے حساب سے بیچ دیے۔ نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

Web version of PCTB Textbook Not for Sale

5 سلیم نے 10 روپے کے 3 سنگترے کے حساب سے 90 سنگترے خریدے اور 9 روپے کے 2 سنگترے کے حساب سے بیچ دیے۔ بتایے سلیم کو نفع ہوا یا نقصان اور یہ کتنے فی صد ہے؟

6 شاہد نے 5 روپے کے 4 کیلوں کے حساب سے 80 کیلے خریدے اور 8 روپے کے 5 کیلوں کے حساب سے بیچ دیے۔ معلوم کیجیے اُسے نفع ہوا یا نقصان اور یہ کتنے فی صد ہے جبکہ 25% کیلے خراب تھے۔

7 کسی کمپیوٹر پر 12% منافع 540 روپے ہے۔

(i) کمپیوٹر کی قیمت خرید معلوم کیجیے۔ (ii) کمپیوٹر کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

8 25 جوتوں کے جوڑوں کی قیمت خرید 190 روپے فی جوڑا ہے۔ اگر دوکان دار نے کل 2,875 روپے منافع کمایا تو ہر جوڑے کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

9 ایک موبائل پر 25% نقصان 475 روپے ہے۔ موبائل کی قیمت خرید اور قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

10 ایک بائیسکل کا فی صد نفع 40% ہے۔ اگر دکان دار نے 500 روپے کا نفع حاصل کیا ہو تو بائیسکل کی قیمت خرید اور قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

11 18 سویٹر کی قیمت خرید 425 روپے فی سویٹر ہے اور دکان دار کا کُل نفع 6750 روپے ہے۔

i- ہر سویٹر کی قیمت فروخت معلوم کیجیے۔ ii- فی صد منافع معلوم کیجیے۔

12 شیخ خالد نے 2240 روپے میں 80 میٹر کپڑا خریدا۔ اس نے 50 میٹر کپڑا بحساب 30 روپے فی میٹر اور 30 میٹر کپڑا بحساب 35 روپے فی میٹر بیچا۔

i- بتایے شیخ خالد کو نفع ہوا یا نقصان ii- فی صد نفع یا فی صد نقصان معلوم کیجیے۔

13 گل خان نے 2160 روپے کی 180 چاکلیٹس خریدیں۔ اُس نے 155 چاکلیٹس بحساب 15 روپے فی چاکلیٹ اور 25 چاکلیٹس بحساب 10 روپے فی چاکلیٹ بیچیں۔

i- بتایے اُس کو نفع ہوا یا نقصان۔ ii- فی صد نفع یا فی صد نقصان معلوم کیجیے۔

14 150 روپے والی شرٹ 120 روپے کی بیچی گئی۔ فی صد ڈسکاؤنٹ معلوم کیجیے۔

15 سارہ نے ایک ڈنر سیٹ 20% ڈسکاؤنٹ کے ساتھ 480 روپے کا خریدا۔ ڈنر سیٹ کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔

16 ایک جینز کی قیمت خرید 200 روپے ہے۔ مگر اس پر لکھی ہوئی قیمت اس کی قیمت خرید سے 50% زیادہ ہے۔ اگر دکاندار اس کو 25% ڈسکاؤنٹ پر بیچتا ہے تو:

i- تو اس کی لکھی ہوئی قیمت بتایئے۔ ii- اِس کی ڈسکاؤنٹ والی قیمت بتایے۔

17 اگر 9% ڈسکاؤنٹ 81 روپے ہو تو اصل قیمت معلوم کیجیے۔

18 اگر ایک جوتے کی قیمت فروخت 360 روپے اور فی صد ڈسکاؤنٹ 18% ہو تو جوتے کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## خلاصہ

- ایسی نسبت جس کا دوسرا رُکن 100 یا ایسی کسر جس کا مخرج 100 ہو تو یہ فی صد کہلاتی ہے۔
- ہم لفظ فی صد لکھنے کی بجائے علامت % کا استعمال کرتے ہیں۔یعنی 12 فی صد کو 12% لکھا جا سکتا ہے۔
- اگر قیمت فروخت زیادہ ہو قیمت خرید سے تو یہ نفع کہلاتا ہے۔یعنی قیمت خرید – قیمت فروخت = نفع
- اگر قیمت خرید زیادہ ہو قیمت فروخت سے تو یہ نقصان کہلاتا ہے۔یعنی قیمت فروخت – قیمت خرید = نقصان
- ہم فی صد نقصان اور فی صد نفع قیمت خرید پر معلوم کرتے ہیں۔یعنی

$$\text{نفع}\% = \frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100 \quad ، \quad \text{نقصان}\% = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

- اصل قیمت اور قیمت فروخت کے درمیان کا فرق ڈسکاؤنٹ کہلاتا ہے۔یعنی

قیمت فروخت – اصل قیمت = ڈسکاؤنٹ

## نظر ثانی مشق 7

1. فی صد معلوم کیجیے۔

   i- 250 روپے میں سے 20 روپے  ii- 260 کلوگرام میں سے 30 کلوگرام

   iii- 300 نمبروں میں سے 250 نمبر  iv- 1 گھنٹے میں سے 24 منٹ

2. خالد نے 1200 روپے میں سے 156 روپے خرچ کیے۔اُس نے رقم کا کتنا فی صد خرچ کیا؟

3. ایک قصبے کے الیکشن میں عظیم نے 42% ووٹ حاصل کیے اور بقیہ ووٹ حمزہ نے حاصل کیے۔اگر کل ووٹ 40,000 ڈالے گئے تو معلوم کیجیے حمزہ کو کتنے ووٹ ملے؟

4. نبیل نے 75 کلومیٹر کا سفر بس سے اور 125 کلومیٹر کا سفر ٹرین سے کیا۔معلوم کیجیے کل سفر کا کتنے فی صد بس سے اور کتنے فی صد ٹرین سے سفر ہوا؟

5. ایک دوکان دار نے جوتوں کا ایک جوڑا 720 روپے میں خریدا اور 810 روپے میں بیچ دیا۔اُس کا فی صد نفع معلوم کیجیے۔

6. کومل نے ایک سلائی مشین 5800 روپے میں خریدی مگر کچھ خرابی کی وجہ سے اُس نے 5500 روپے میں بیچ دی۔نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

7. ایک ڈیلر نے 18 کھلونے 65 روپے فی کھلونا خریدے۔اُس نے اُن میں سے 12 کھلونے 75 روپے فی کھلونا اور بقیہ 60 روپے فی کھلونا بیچ ڈالے۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

8. فاطمہ نے گڑیا 20% ڈسکاؤنٹ پر 440 روپے کی خریدی۔گڑیا کی اصل قیمت معلوم کیجیے۔

9. ایک موبائل ڈسکاؤنٹ دینے کے بعد 2160 روپے کا بیچا گیا۔اگر موبائل کی اصل قیمت 2700 روپے تھی تو ڈسکاؤنٹ فی صد معلوم کیجیے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# معروضی مشق 7

**1** درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

-i فی صد کی تعریف کیجیے۔

-ii کسی کسر کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے کیا کیا جاتا ہے؟

-iii منافع معلوم کرنے کا فارمولا لکھیے۔

-iv فی صد کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

-v ڈسکاؤنٹ معلوم کرنے کے لیے کون سا فارمولا ہے؟

**2** خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

-i $\frac{1}{100}$ کا مطلب فی صد ہوتا ہے اور یہ علامت.................سے لکھا جاتا ہے۔

-ii ایسی رقم جو کچھ خریدنے کے لیے ادا کی جائے.................کہلاتی ہے۔

-iii فی صد نفع = $\frac{\text{نفع}}{\square} \times 100$

-iv فی صد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے لیے پہلے اسے.................میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

**3** دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگایئے۔

-i کسر عام $\frac{1}{25}$ کو فی صد میں تبدیل کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

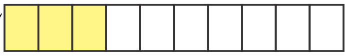
(a) 1% (b) 4% (c) 25% (d) 0.4%

-ii 10% کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

(a) 1 (b) 10 (c) 0.1 (d) 0.01

-iii 1000 کا 1% کا مطلب ہوتا ہے۔

(a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

-iv  کا رنگ دار حصہ ہے۔

(a) 3% (b) 30% (c) 7% (d) 70%

-v فی صد نفع یا فی صد نقصان معلوم کیا جاتا ہے۔

(a) قیمت خرید پر (b) قیمت فروخت پر (c) لکھی ہوئی قیمت پر

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یونٹ

8

# الجبرا کا تعارف

## تدریسی مقاصد

### اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:

- الجبرا کی وضاحت حساب کے توسیعی عمل کے طور پر کر پائیں جس میں لیٹرز کو اعداد کی جگہ لکھا جاتا ہے۔
- جانیں کہ:
  - جُملہ الفاظ کا مجموعہ ہوتا ہے جس کی گرامر کی رُو سے ایک مکمل ساخت ہوتی ہے اور دوسرے تک کوئی مطلب پہنچاتا ہے۔ ایسے جملے جو سچ یا جھوٹ ہوں بیان کہلاتے ہیں۔
  - بیان یا تو سچ ہوتا ہے یا پھر جھوٹ، لیکن دونوں نہیں ہوتے۔
  - یہ ضروری نہیں ہوتا کہ کسی جملے میں کافی معلومات ہوں۔
  - ایسا جملہ جس میں سچ یا جھوٹ کا فیصلہ کرنے کی ضرورت ہو تو اُسے کھلا بیان کہتے ہیں۔ مثلاً $(\Delta + 2 = 9)$
  - ایسا عدد جو کھلے بیان کو دُرست ثابت کرے اُس بیان کا حل کہلاتا ہے۔ (مثلاً $\Delta + 2 = 9$ میں بیان کی قیمت $\Delta = 7$ رکھنے سے $\Delta + 2 = 9$ حل ہو جاتا ہے۔)
  - انگلش لیٹرز $x$ کو کھلے بیان $\Delta + 2 = 9$ میں استعمال کر کے $x + 2 = 9$ لکھیں۔
- متغیرات کی ایسے حروف کے طور پر تعریف کریں جو الجبرا میں اعداد کی جگہوں پر استعمال ہوتے ہیں۔
- جانیں کہ کوئی عددی علامت، متغیر یا پھر عددی علامات اور متغیرات کا ملاپ جو ایک یا زیادہ علامات + اور – سے جُڑے ہوں الجبری جُملہ کہلاتا ہے۔ (مثلاً $x + 2y$)
- جانیں کہ کسی الجبری جملے میں موجود عدد جو کسی متغیر کے ساتھ نا ہو مستقل رقم کہلاتی ہے۔ (مثلاً $x+2y+5$ میں عدد 5 ایک مستقل رقم ہے)
- لائیک اور ان لائیک رقوم میں فرق کریں۔
- جانیں کہ:
  - لائیک رقوم کو اکٹھا کر کے ایک رقم حاصل ہوتی ہے۔
  - ان لائیک رقوم میں جمع اور تفریق کا عمل نہیں ہو سکتا۔
- دیے گئے الجبری جملوں کو جمع اور تفریق کریں۔
- بریکٹس میں موجود الجبری جملوں کو حل کریں۔
- اگر متغیرات کی قیمت معلوم ہو تو الجبری جملے کو حل کریں اور ان کی عددی قیمت معلوم کریں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 8.1 الجبرا

الجبرا ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے جو ہمیں بہت سے مشکل سوالات کا حل با آسانی مہیا کرتی ہے۔ خاص طور پر جب ہم کسی مقدار کی عددی قیمت جاننے کے لیے اُسے کسی علامت سے ظاہر کرتے ہیں۔

لفظ الجبرا عربی زبان کے لفظ الجبر سے نکلا ہے۔ ایک مسلمان ریاضی دان الخوارزمی (780-850 عیسوی) نے 820 عیسوی میں ایک کتاب الجبر والمقابلہ لکھی جس میں اُس نے بہت سے مشکل اور پیچیدہ مسائل کے حل بیان کیے۔ بعد میں یورپ میں اِس کتاب کا ترجمہ الجبرا کے عنوان سے کیا گیا اور یوں الجبر سے الجبرا بن گیا۔

### 8.1.1 حساب اور الجبرا میں تعلق

ہم قدرتی اعداد .....1,2,3 اور حساب (علم اعداد) میں استعمال ہونے والے بنیادی عوامل (÷,×,−,+) سے اچھی طرح واقف ہیں۔ الجبرا میں حساب کی تعمیم کے لیے اعداد کے ساتھ حروف $a,b,c,.....,z$ بھی استعمال کیے جاتے ہیں جو کسی مقدار کو جس کی عددی قیمت معلوم نا ہو لکھنے کے لیے مدد دیتے ہیں۔ ہم اِس کو ایک مثال سے واضح کرتے ہیں۔

اگر $x = 1$ ، $y = 2$ ہو تو $z = 3$ ہوگا۔ $1 + 2 = 3$

اگر $x = 2$ ، $y = 3$ ہو تو $z = 5$ ہوگا۔ $2 + 3 = 5$

اگر $x = 3$ ، $y = 4$ ہو تو $z = 7$ ہوگا۔ $3 + 4 = 7$

..................

..................

..................

$x + y = z$

اُوپر $x + y = z$ سے ہمیں ایک عمومی حالت ملتی ہے جو تمام دیے گئے حسابی بیانات کو ظاہر کرتی ہے۔ پس الجبرا حساب کی تعمیمی حالت ہوتی ہے۔

$x + y = z$ کا مطلب ہے کہ $x$ اور $y$ سے ظاہر ہونے والے دو اعداد کا مجموعہ $z$ سے ظاہر ہونے والے عدد کے برابر ہے۔

### 8.1.2 جملہ

الفاظ کا ایسا مجموعہ جس کا مطلب پوری طرح سے سمجھ آئے جملہ کہلاتا ہے۔ مثلاً

i- گائیں دودھ دیتی ہیں۔ ii- پرندے ہوا میں اُڑتے ہیں۔ iii- وہ اچھا لکھتی ہے۔

یہ تمام جملے کی مثالیں ہیں۔

### 8.1.3 بیان

بیان ایک ایسا جملہ ہوتا ہے جو صحیح بھی ہوسکتا ہے اور غلط بھی۔ مثال کے طور پر:

i- کراچی پنجاب میں ہے۔ (غلط) ii- آم ایک پھل ہے۔ (صحیح) iii- شکریہ (نا صحیح اور نا ہی غلط)

یہاں (i) اور (ii) بیانات ہیں مگر (iii) بیان نہیں۔ اب دیے گئے بیانات پر غور کیجیے۔

(a) 2 + □ = 4 (b) △ − 3 = 2 (c) ○ ایک خوبصورت شہر ہے۔

اُوپر دیے گئے بیانات میں ہم یہ فیصلہ نہیں کر سکتے کہ کون سے بیانات دُرست ہیں اور کون سے غلط۔ تا وقت کہ ہمیں △, □ اور ○ کے بارے میں مناسب معلومات نا ہو۔ اِس طرح کے بیانات کھلے بیانات کہلاتے ہیں اور △ , □ اور ○ نامعلوم رقوم یا متغیرات کہلاتے ہیں۔ پس، کھلا بیان ایک ایسا جملہ ہوتا ہے جس میں ایک یا ایک سے زیادہ رقوم نامعلوم ہوں۔ آیے نیچے دیے گئے کھلے بیانات کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

2 + □ = 4

ہم □ کی قیمت کا اندازہ لگانے کی کوشش کرتے ہیں جو بیان کو دُرست کردے۔

2 + 1 = 4 (غلط) 2 + 2 = 4 (دُرست)

2 ایک مطلوبہ عدد ہے جو دیے گئے بیانات کو درست ثابت کرتا ہے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مثال 1: نامعلوم رقوم کو اعداد میں تبدیل کر کے بیانات کو دُرست کیجیے۔

(i) $6 \times \triangle = 54$ (ii) $15 - \square = 9$ (iii) $8 \div \square = 4$ (iv) $\triangle + 8 = 17$

حل:

(i) $6 \times \triangle = 54$, $6 \times 9 = 54$, $\therefore \triangle = 9$

(ii) $15 - \square = 9$, $15 - 6 = 9$, $\therefore \square = 6$

(iii) $8 \div \square = 4$, $8 \div 2 = 4$, $\therefore \square = 2$

(iv) $\triangle + 8 = 17$, $9 + 8 = 17$, $\therefore \triangle = 9$

## 8.1.4 متغیر اور مستقل

ہم پہلے ہی سیکھ چکے ہیں کہ الجبرا میں الفابیٹ کا کوئی لیٹر بہت سی رقوم کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ یہاں یہ لیٹر متغیر کہلاتا ہے۔ جبکہ اعداد ...,0,1,2,3 کی خاص قیمتیں ہیں جو کہ مستقلات کہلاتے ہیں۔

## مشق 8.1

**1** دُرست، غلط اور کھُلے بیانات کو علیحدہ کیجیے۔

i- 5 ایک قدرتی عدد ہے۔
ii- $(5 + 4) - 2 = (6 + 8) \div 2$
iii- 9 ایک مفرد عدد ہے۔
iv- $8 \div \square = 4$
v- $5 \times \triangle = 15 \div \bigcirc$
vi- $-1$ ایک مکمل عدد ہے۔
vii- $5 \times 6 = 4 \times 8$
viii- $0.2 + 0.5 = \square$
ix- 2 واحد جفت مفرد عدد ہے۔

**2** نامعلوم رقوم کو اعداد سے بدل کر بیانات کو دُرست کیجیے۔

(i) $x + 2 = 6$ (ii) $p - 1 = 7$ (iii) $m + 15 = 20$ (iv) $6x = 48$ (v) $5 \times x = 75$

(vi) $\frac{2}{3} m = \frac{14}{3}$ (vii) $\frac{1}{2} \div m = 15$ (viii) $2m = 3$ (ix) $x - 0.3 = 0.4$ (x) $x \div 2 = 7$

(xi) $5 + p = 11$ (xiii) $0.4m = 0.8$

## 8.2 الجبری جملے

ایسے جملے جن میں اعداد یا متغیرات یا دونوں (اعداد اور متغیرات) بنیادی عوامل سے جڑے ہوں الجبری جملے کہلاتے ہیں۔ مثال کے طور پر: $5, 4x, a+b, x-y$ وغیرہ

مثال 1: درج ذیل کو الجبری جملوں کے طور پر لکھیے۔

i- ایک عدد اور 15 کا مجموعہ

ii- دو اعداد کے مجموعے کو ان کے حاصل ضرب سے ضرب دے کر لکھیے۔

iii- دو اعداد کے مجموعے کو ان کے فرق سے تقسیم کیجیے۔ (دوسرا عدد پہلے سے کم ہے)

حل

(i) فرض کیجیے کہ عدد $x$ ہے۔
الجبری جملہ $= x + 15$

(ii) فرض کریں کہ دو اعداد $x$ اور $y$ ہیں۔
دو اعداد کا حاصل ضرب $= xy$
دو اعداد کا مجموعہ $= x + y$
الجبری جملہ $= xy(x + y)$

(iii) فرض کیجیے کہ دو اعداد $a$ اور $b$ ہیں۔
اعداد کا مجموعہ $= a + b$
اعداد میں فرق $= a - b$
الجبری جملہ $= \frac{a+b}{a-b}$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 8.2.1 الجبری رقوم

کسی الجبری جملے کے مختلف حصے بنیادی عوامل کی علامتوں + اور – سے جوڑے اور علیحدہ کیے جاتے ہیں۔ الجبری جملے کے یہ حصے الجبری رقوم کہلاتے ہیں۔

مثال کے طور پر الجبری جملے $x + 2y + 5$ میں الجبری رقوم $x$ ، $2y$ اور 5 ہیں۔

- **مستقل رقم**

الجبری جملے $x + 2y + 5$ میں الجبری رقم 5 ہمیشہ یکساں رہتی ہے اور صرف $x$ اور $y$ کی قیمتیں تبدیل ہوتی ہیں۔ یوں 5 ایک مستقل رقم کہلاتی ہے۔

- **قوت نمائی شکل**

ہم جانتے ہیں کہ $4^2 = 4\times4$ اور $4^3 = 4\times4\times4$۔ ان حالتوں کو قوت نمائی اشکال کہتے ہیں اور ان کو 4 کی قوت کے طور پر پڑھا جاسکتا ہے۔ الجبرا میں ہم قوت نمائی شکل میں یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$x \times x = x^2 \quad \text{یا} \quad a\times a\times a = a^3$$

$x^2$ میں متغیر $x$ کو اساس اور 2 کو قوت نما کہتے ہیں۔ ہم اس کو $x$ کی قوت 2 پڑھتے ہیں۔

- **عددی سر**

کسی متغیر سے ضرب کھانے والا عدد عددی سر کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر $4x$ میں $x$ کا عددی سر 4 ہے۔

## 8.2.2 لائیک یا ان لائیک رقوم

ایک ہی قسم کی رقوم جن کے صرف عددی سر مختلف ہوں لائیک رقوم کہلاتی ہیں۔ اِس طرح کی رقوم کو جمع اور تفریق کے عمل کے بعد ایک رقم میں لکھا جاسکتا ہے۔

(i) $a + 2a + 3a = 6a$ (ii) $5xy - xy - 2xy = 2xy$

ایسی رقوم جن کے متغیرات مختلف ہوں یا ایک ہی متغیر مختلف قوت نما کے ساتھ ہو ان لائیک رقوم کہلاتی ہیں۔ مثلاً

(i) $x, y, z$ (ii) $ab, bc, ca$

**مثال 2:** درج ذیل کو قوت نمائی شکل میں لکھیے۔

(i) $x \,.\, x \,.\, x \,.\, x \,.\, x$ (ii) $xy \,.\, xy \,.\, xy \,.\, xy$

**حل:**

(i) $x \,.\, x \,.\, x \,.\, x \,.\, x$

$(x)^{1+1+1+1+1} = x^5$

(ii) $xy \,.\, xy \,.\, xy \,.\, xy$

$x \,.\, x \,.\, x \,.\, x \,.\, y \,.\, y \,.\, y \,.\, y$

$(x)^{1+1+1+1}\ (y)^{1+1+1+1} = x^4 \cdot y^4$

**مثال 3:** دی گئی رقوم میں سے ہر ایک کا عددی سر، اساس اور قوت نما لکھیے۔

(i) $9x^2$ (ii) $6y^4$ (iii) $10m^5$ (iv) $15a^3$

**حل:**

(i) $9x^2$
عددی سر = 9
اساس = $x$
قوت نما = 2

(ii) $6y^4$
عددی سر = 6
اساس = $y$
قوت نما = 4

(iii) $10m^5$
عددی سر = 10
اساس = $m$
قوت نما = 5

(iv) $15a^3$
عددی سر = 15
اساس = $a$
قوت نما = 3

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 8.2

**1** درج ذیل لفظی جملوں کو الجبری جملوں میں لکھیے۔

i- $x$ جمع $y$    ii- $a$ نفی $b$    iii- $m$ کو $n$ سے ضرب دیں۔

iv- $p$ کو $q$ پر تقسیم کریں۔    v- $3x$ اور $2y$ کا مجموعہ    vi- $5a$ اور $4b$ کے درمیان فرق ($4b$ چھوٹا ہے $5a$ سے)

vii- $x$ اور $y$ کا حاصل ضرب لکھیں۔    viii- $p$ اور $q$ کے مجموعے کو $r$ سے تقسیم کریں۔

ix- $n$ اور $m$ کے فرق کو $l$ کے نصف سے ضرب دیں۔ ($m$ چھوٹا ہے $n$ سے)

**2** درج ذیل کے عددی سر، اساس اور قوت نما لکھیے۔

(i) $5x$    (ii) $16p^2$    (iii) $18l^3$    (iv) $-6k^5$    (v) $\frac{2}{3}q^{-1}$    (vi) $\frac{1}{3}y^{-2}$

**3** درج ذیل کو قوت نمائی شکل میں لکھیے۔

(i) $a\,.\,a\,.\,a$    (ii) $x\,.\,x$    (iii) $xy\,.\,xy$    (iv) $m\,.\,m\,.\,m\,.\,m$

(v) $pq.\,pq.\,pq$    (vi) $abc\,.\,abc$

**4** الجبری جملوں کی رقوم کو علیحدہ کیجیے۔

(i) $2a+3b$    (ii) $l-2m+4n$    (iii) $9a^2-12b^2$

(iv) $p^2+2q^2-r^2$    (v) $a+8b-4c$    (vi) $2lm-3mn-4nl$

(vii) $3xy^2+4x^2y+9$    (viii) $\frac{2}{5}xy+\frac{1}{3}yz+\frac{3}{5}xz$    (ix) $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}$

**5** نیچے دی گئی رقوم کو جمع کر کے الجبری جملے لکھیے۔

(i) $a, b$    (ii) $x, -y$    (iii) $l, m, -n$

(iv) $p, pq, qr$    (v) $xy^2, xz^2, yz^2$    (vi) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$

(vii) $16a^2, -8b^2$    (viii) $\frac{l}{m}, -\frac{m}{n}, -\frac{n}{l}$    (ix) $2ab, 4ac, -3bc$

### 8.2.3 جمع

الجبرا میں بنیادی عوامل $(+,-,\times,\div)$ کے وہی قوانین ہیں جو حساب میں استعمال ہوتے ہیں۔ آیئے اُن کو باری باری زیرِ بحث لاتے ہیں۔

حساب میں ہم صرف ایک جیسی چیزوں کو جمع کرتے ہیں۔ اس کو ہم ایک مثال سے ظاہر کرتے ہیں۔ اگر 2 لڑکے اور 3 لڑکے اکٹھے سکول جا رہے ہوں تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ 5 لڑکے سکول جا رہے ہیں کیونکہ ہم انہیں جمع کر سکتے ہیں۔    2 لڑکے + 3 لڑکے = (2+3) لڑکے = 5 لڑکے

لیکن جب ہم کہتے ہیں کہ 2 لڑکے اور 3 لڑکیاں جا رہی ہیں تو جملہ اِسی طرح ہی لکھا جائے گا کیونکہ یہ دونوں ایک دوسرے سے مختلف ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ الجبرا حساب کی عمومی شکل ہے۔ اب ہم یہی قانون الجبرا میں جمع کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ فرض کریں ہم لڑکوں کو تغیر x سے اور لڑکیوں کو تغیر y سے ظاہر کرتے ہیں تب ہم اُوپر دیے گئے جملوں کو یوں لکھتے ہیں۔

(i) $2x+3x=(2+3)x=5x$    (ii) جبکہ $2x+3y$ ایسے ہی رہے گا۔

(i) اور (ii) سے ہمیں درج ذیل قوانین کا علم ہوتا ہے جو ہم الجبری جملوں کی جمع میں استعمال کرتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

**قانون 1:** ہم صرف ایک جیسی رقوم کو جمع کر سکتے ہیں اور مختلف رقوم ویسے ہی رہتی ہیں۔

(i) $x + 2x + 3x + 4x = 10x$ (ii) $x + y + z = x + y + z$

**قانون 2:** ایک جیسی رقوم کو جمع کرتے ہوئے ہم صرف ان کے عددی سر جمع کرتے ہیں اور حاصل جمع کے ساتھ مشترک متغیر لکھتے ہیں۔

$$4x + 5x = (4 + 5)\,x = 9x$$

ہم نیچے دیے گئے دو طریقوں سے الجبری جملوں کو جمع کر سکتے ہیں۔

### افقی جمع

i- جملے کی رقوم کو ترتیب سے لکھیے۔

ii- ایک جیسی رقوم کے عددی سروں کو جمع کر کے مشترک متغیر اور قوت نما کو حاصلِ جمع کے ساتھ لکھتے ہیں۔ مثال کے طور پر $x+y$ ، $y+z$ اور $x+z$ کوئی سے تین الجبری جملے ہیں۔ ہم انہیں یوں جمع کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} & x + y + y + z + x + z \\ = \; & x + x + y + y + z + z \\ = \; & (1+1)\,x + (1+1)\,y + (1+1)\,z = 2x + 2y + 2z \end{aligned}$$

### عمودی جمع

i- الجبری جملوں کو ایک ہی ترتیب سے لکھیے۔

ii- تمام ایک جیسی رقوم کو ایک ہی کالم میں لکھیے۔

iii- سب کو جمع کریں۔ مثال کے طور پر $x+y,\ y+z,\ x+z$

$$\begin{array}{ccc} x & +y & \\ & +y & +z \\ x & & +z \\ \hline 2x & +2y & +2z \end{array}$$

**مثال 1:** درج ذیل الجبری جملوں کو جمع کیجیے۔

(i) $x+y+z,\ 2x+y+z,\ x+2y+z$ (ii) $5l+3m+n\ ,\ l-m+n\ ,\ -3l-m+n$

(iii) $x^2+x^2y+xy^2+y^2,\ 2x^2+xy^2-x^2y+y^2$

**حل:**

(i) $x + y + z + 2x + y + z + x + 2y + z$

**طریقہ I**

$$\begin{aligned} & x + y + z + 2x + y + z + x + 2y + z \\ = & (x + 2x + x) + (y + y + 2y) + (z + z + z) \\ = & (1 + 2 + 1)\,x + (1 + 1 + 2)\,y + (1 + 1 + 1)\,z \\ = & 4x + 4y + 3z \end{aligned}$$

**طریقہ II**

$$\begin{array}{ccc} x\ + & y\ + & z \\ 2x\ + & y\ + & z \\ x\ + & 2y\ + & z \\ \hline 4x\ + & 4y\ + & 3z \end{array}$$

(ii) $5l + 3m + n\ ,\ l-m + n\ ,\ 3l - m + n$

**طریقہ I**

$$\begin{aligned} & (5l + 3m + n) + (l - m + n) + (-3l - m + n) \\ = & (5l + l - 3l) + (3m - m - m) + (n + n + n) \\ = & (5 + 1 - 3)\,l + (3 - 1 - 1)\,m + (1 + 1 + 1)\,n \\ = & 3l + m + 3n \end{aligned}$$

**طریقہ II**

$$\begin{array}{ccc} 5l\ + & 3m\ + & n \\ l\ - & m\ + & n \\ -3l\ - & m\ + & n \\ \hline 3l\ + & m\ + & 3n \end{array}$$

(iii) $x^2 + x^2y + xy^2 + y^2\ ,\ 2x^2 + xy^2 - x^2y + y^2)$

**طریقہ I**

$x^2 + x^2y + xy^2 + y^2\ ,\ 2x^2 + xy^2 - x^2y + y^2)$

$(x^2 + x^2y + xy^2 + y^2) + (2x^2 + xy^2 - x^2y + y^2)$

رقوم ایک جیسی ترتیب سے لکھیں۔

$$\begin{aligned} & (x^2 + x^2y + xy^2 + y^2) + (2x^2 - x^2y + xy^2 + y^2) \\ = & (x^2 + 2x^2) + (x^2y - x^2y) + (xy^2 + xy^2) + (y^2 + y^2) \\ = & (1 + 2)\,x^2 + (1 - 1)\,x^2y + (1 + 1)\,xy^2 + (1 + 1)\,y^2 \\ = & 3x^2 + 0x^2y + 2xy^2 + 2y^2 \quad = 3x^2 + 2xy^2 + 2y^2 \end{aligned}$$

**طریقہ II**

$$\begin{array}{cccc} x^2 + & x^2y + & xy^2 + & y^2 \\ 2x^2 - & x^2y + & xy^2 + & y^2 \\ \hline 3x^2 + & & 2xy^2 + & 2y^2 \end{array}$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 8.3

**1** مختصر کیجیے۔

(i) $x+x+x+x$ (ii) $2y+3y+4y$ (iii) $6m+3m+m$

(iv) $a+9a+3b$ (v) $3p+q+2p$ (vi) $x+y+x+2y$

(vii) $11a+6a+2a+9b$ (viii) $m+2n+3n+4n$ (ix) $x+y+z+2x+z$

(x) $p+2q+q+r+2p$

**2** درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

i- افرا کے پاس $2p$ چاکلیٹس تھیں۔اُس نے $q$ چاکلیٹس اور خریدیں۔اب اُس کے پاس کتنی چاکلیٹس ہیں؟

ii- مہک، ناز اور کنزہ کے پاس بالترتیب $m$، $2n$ اور $3l$ کتابیں ہیں۔اُن کے پاس کُل کتنی کتابیں ہوئیں؟

iii- زین کے پاس $x$ گولیاں ٹافیاں تھیں اُس نے $2x$ اور $y$ گولیاں ٹافیاں اور خریدیں۔معلوم کیجیے اُس کے پاس کُل کتنی گولیاں ٹافیاں ہیں؟

**3** درج ذیل کو جمع کیجیے۔

(i) $ab, bc, bc, bc$ (ii) $2x^2y, x^2y, xy^2$ (iii) $6m^3, 2m^2, 1, 3m^2$

(iv) $b^2, 3ab, 4ab, 2a^2$ (v) $x^2, -xy, y^2, -xy$ (vi) $p, -2q, -r, -q$

**4** درج ذیل الجبری جملوں کو جمع کیجیے۔

(i) $a^2+2ab+b^2$ , $a^2-2ab+b^2$ , $a^2-ab-b^2$

(ii) $x^3y+2x^2y+y^2$ , $x^3y+x^2y+2y^2$ , $x^2y-2x^3y-y^2$

(iii) $3mn+2lm+nl$ , $3nl+2mn+lm$ , $3lm+2nl+mn$

(iv) $2p+3q$ , $3q+3r$ , $r+3p$

(v) $b+1$ , $a+b+2$ , $3$ , $a+1$

**5** $A+B+C$ معلوم کیجیے۔اگر:

(i) $A=2a, B=3b, C=4c$ (ii) $A=x+y, B=x-2y, C=3y-x$

(iii) $A=s+st, B=g+t, C=s+2g$ (iv) $A=p+q+r, B=p+q-2r, C=p-2q-r$

(v) $A=lm+mn, B=mn+nl, C=nl+lm$

## 8.2.4 تفریق

تفریق جمع کا اُلٹ عمل ہے۔ہم تفریق کے لیے نیچے دیے گئے قانون کو استعمال کرتے ہیں۔

**قانون:** تفریق ہونے والے الجبری جملے کی ہر رقم کی علامت تبدیل کر کے لکھیں اور اُن کو جمع کے قوانین کے مطابق جمع کر دیں۔

مثال کے طور پر $3x+2y$ اور $2x-y$ دو الجبری جملے ہیں اور ہم $2x-y$ کو $3x+2y$ میں سے تفریق کرنا چاہتے ہیں۔

**اُفقی تفریق**

$$(3x+2y)-(2x-y)$$
$$=3x+2y-2x+y$$
$$=3x-2x+2y+y$$
$$=(3-2)x+(2+1)y = x+3y$$

**عمودی تفریق**

$$\begin{array}{r} 3x+2y \\ \pm 2x \mp y \\ \hline x+3y \\ \hline \end{array}$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

مثال: درج ذیل کو مختصر کیجیے۔ $(2x^3-3x^2y^2+x^2y)-(2y^3+x^2y^2+x^2y)$

حل:

طریقہ I

$$(2x^3-3x^2y^2+x^2y)-(2y^3+x^2y^2+x^2y)$$
$$=2x^3-3x^2y^2+x^2y-2y^3-x^2y^2-x^2y$$
$$=2x^3-3x^2y^2-x^2y^2+x^2y-x^2y-2y^3$$
$$=(2)x^3-(3+1)x^2y^2+(1-1)x^2y-(2)y^3$$
$$=2x^3-4x^2y^2-2y^3$$

طریقہ II

$$\begin{array}{r} 2x^3-3x^2y^2+x^2y \\ \pm x^2y^2 \pm x^2y \pm 2y^3 \\ \hline 2x^3-4x^2y^2-2y^3 \end{array}$$

## مشق 8.4

1 درج ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $(6x)-(4x)$
(ii) $(13a)-(2a)$
(iii) $(x+1)-(x-1)$
(iv) $(m-n)-(m+n)$
(v) $(2p+q+2r)-(p+q+r)$
(vi) $(2)-(x^2-x^3+2x-1)$
(vii) $(x^3+x^2y+xy^2+y^3)-(x^2y+xy^2+1)$
(viii) $(3x^2+6xy+9y^2)-(2x^2-3xy^2+xy^2)$
(ix) $(x^3-x^2y^2+x^2y)-(y^3-x^2y^2+xy^2)$
(x) $3(x^2-2xy+y^2)-(2x^2-xy+y^2)$

2 $2l-3m-n$ کو $l-4m-6n$ میں سے تفریق کیجیے۔

3 $2a^3-3a^2+5a+5$ کو $5a^3+a^2+2a-2$ میں سے تفریق کیجیے۔

4 $3x^5-4x^4+8x^3-6$ کو $8x^5+5x^4-3x^3+4x+2$ میں سے تفریق کیجیے۔

5 اگر $A=a+b+c$، $B=a-b+c$، $C=a+b-c$ اور $D=-a-b-c$ ہوں تو معلوم کیجیے۔

(i) A – B
(ii) B – C
(iii) A – C
(iv) C – D
(v) B – D
(vi) A – D
(vii) A + B – C
(viii) A – C – D
(ix) A – B + D
(x) (A +B) – (C + D)

6 $x^2+xy+y^2+1$ میں کیا جمع کریں کہ $x^3+3$ حاصل ہو جائے؟

7 $p^5+p^4+p^3+p^2+p+1$ میں سے کیا تفریق کریں کہ $p^5+1$ حاصل ہو جائے؟

## 8.2.5 اختصار

ہم جانتے ہیں کہ بریکٹس عوامل کو حل کرنے کی ترتیب کی نشان دہی کرتی ہیں۔ بریکٹس کی چار اقسام یہ ہیں:

i- ___ بار یا وِنکُلَم
ii- ( ) چھوٹی بریکٹس یا پیرینتھی سِس کہلاتی ہیں۔
iii- { } درمیانی بریکٹس یا کرلی بریکٹس یا بریسیس کہلاتی ہیں۔
iv- [ ] بڑی بریکٹس یا باکس بریکٹس یا مربع نما بریکٹس کہلاتی ہیں۔

الجبرا میں کبھی کبھار بریکٹس میں دیا گیا الجبری جملہ مختصر ہو کر ایک رقم نہیں بنتا۔ مثال کے طور پر $2x-(x+y)$ میں ہم الجبری جملے $(x+y)$ کو مختصر نہیں کر سکتے۔

اس قسم کے معاملے میں: i- بریکٹس کھول دیں۔ ii- الجبری جملے دیے گئے طریقے کے مطابق مختصر کیجیے۔

$$2x-(x+y)=2x-x-y=x-y$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یہاں $x - y$ مندرجہ بالا الجبری جملوں کی سادہ ترین شکل ہے۔ بریکٹس سے پہلے منفی کی علامت کا مطلب ہوتا ہے۔ بریکٹس کے اندر کی تمام رقوم کی علامات اِس طرح تبدیل کر دیں۔ $-(a + b) = - a - b$

مثال: درج ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $[5a - \{3b + (6a - 2a + b)\}]$

(ii) $[2a + \{c - a + (a + \overline{2b + c})\}]$

(iii) $xy - [yz - \{zx + xy + (yz - \overline{zx + xy})\}]$

حل:

(i) $[5a - \{3b + (6a - 2a + b)\}]$

$= [5a - \{3b + (4a + b)\}]$

$= [5a - \{3b + 4a + b\}]$

$= [5a - \{4a + 4b\}]$

$= [5a - 4a - 4b]$

$= [a - 4b] = a - 4b$

(ii) $[2a + \{c - a + (a + \overline{2b + c})\}]$

$= [2a + \{c - a + (a + 2b + c)\}]$

$= [2a + \{c - a + a + 2b + c\}]$

$= [2a + \{2b + 2c\}]$

$= [2a + 2b + 2c]$

$= 2\,[a + b + c]$

(iii) $xy - \left[yz - \left\{zx + xy + \left(yz - \overline{zx + xy}\right)\right\}\right]$

$= xy - \left[yz - \left\{zx + xy + \left(yz - zx - xy\right)\right\}\right]$

$= xy - \left[yz - \left\{\cancel{zx} + \cancel{xy} + yz - \cancel{zx} - \cancel{xy}\right\}\right]$

$= xy - \left[yz - \{yz\}\right] = xy - \left[\cancel{yz} - \cancel{yz}\right] = xy - 0 = xy$

## مشق 8.5

درج ذیل الجبری جملوں کو مختصر کیجیے۔

(i) $[a + \{a + (a + \overline{a + a})\}]$

(ii) $[7x - \{4x + (3x - 2x)\}]$

(iii) $[5l - \{2m + (6m - 3m)\}]$

(iv) $[2y + \{x + x + (x - \overline{2x + x})\}]$

(v) $[x^2 + \{2xy + (3y^2 - 2y^2)\}]$

(vi) $[\{9a^4 + \{5a^2 + (a^2 + 1)\}\}]$

(vii) $[x^2 + \{3x^2 - (x^2 + 2x^2)\}]$

(viii) $7l - 2\left[3(5l - m) - 2(4l + m)\right]$

(ix) $[6a + \{3a + (2a + \overline{a + b})\}] + 6c$

(x) $[2x^2 - xy - \{xy - (2x^2 - x^2 - y^2)\}]$

(xi) $8\left[3(4a + 5b) - 2(6a - 5b)\right]$

(xii) $\left[11a - \left\{5b - 3(2a + b)\right\}\right]$

(xiii) $[a + c + \{a - c + (a + b + \overline{b - c})\}]$

(xiv) $5x - \left[3y - \left\{4x - \left(5y - \overline{6x - 7y}\right)\right\}\right]$

(xv) $2\left(x^2 - y^2\right) - 3\left[x^2 - \left\{y^2 - x^2 + \left(x^2 - \overline{y^2 - x^2}\right)\right\}\right]$

## 8.2.6 ای ویلیویشن

کسی جملے کی عددی قیمت معلوم کرنے کے عمل کو ای ویلیویشن کہتے ہیں۔ الجبری جملے کی یہ عددی قیمت دیے گئے متغیرات کی قیمتوں کے مطابق ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر

اگر $a = 1$ اور $b = 2$ ہو تو $a + b$ کی عددی قیمت بنتی ہے۔ $a + b = 1 + 2 = 3$

اور اگر $a = 2$ اور $b = 3$ ہو تو $a + b$ کی عددی قیمت بنتی ہے۔ $a + b = 2 + 3 = 5$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مثال 1: اگر $a = 2$، $b = -3$ اور $c = -4$ ہو تو درج ذیل کی قیمت بتایے۔

(i) $ab + bc + ca$ (ii) $\frac{bc[b-c]}{a}$

حل:

(i) $ab + bc + ca$
$= 2 \times (-3) + (-3) \times (-4) + (-4) \times 2$
$= -6 + 12 - 8$
$= -14 + 12 = -2$

(ii) $\frac{bc[b-c]}{a}$
$= \frac{(-3)\times(-4)[(-3)-(-4)]}{2}$
$= \frac{12[-3+4]}{2} = \frac{12\times 1}{2} = 6$

مثال 2: اگر $a = 3$ اور $b = 4$ ہو تو ثابت کیجیے کہ:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

حل:

L.H.S. $= (a+b)^2 = (3 + 4)^2 = (7)^2 = 49$
R.H.S. $= a^2 + 2ab + b^2$
$= (3)^2 + 2 \times 3 \times 4 + (4)^2$
$= 9 + 24 + 16 = 49$
L.H.S. = R.H.S.

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 8.6

1. اگر $a = 2$، $b = 1$ اور $c = 1$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $a + b$ (ii) $a - c$ (iii) $b + c$ (iv) $a + b + c$
(v) $a - b$ (vi) $a - b + c$ (vii) $ab + bc$ (viii) $4ab$
(ix) $abc$ (x) $ab - bc + ac$ (xi) $6a - 2b - 2c$ (xii) $a^2 + b^2 + c^2$
(xiii) $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}$ (xiv) $\frac{a}{b} + \frac{b}{c}$ (xv) $\frac{ab}{bc} + \frac{ac}{bc}$

2. اگر $a = 5$ اور $b = -3$ ہو تو ثابت کیجیے کہ: $a + b = 2$

3. اگر $a = 1$، $b = 1$ اور $c = 9$ ہو تو ثابت کیجیے کہ: $a - b + c = 9$

4. اگر $a = 10$، $b = -10$ اور $c = 4$ ہو تو ثابت کیجیے کہ: $a \times b + 25c = 0$

5. اگر $x = 1$ اور $y = 1$ ہو تو ثابت کیجیے کہ: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

6. اگر $x = 2$ اور $y = 1$ ہو تو ثابت کیجیے کہ: $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

7. اگر $x = 1$ ہو تو $2 - [2 - \{2 - (2 - \overline{2 - x})\}]$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

8. اگر $a = 1$، $b = 3$ اور $c = 1$ ہو تو $b^2 - 4ac$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

9 اگر $a = 3$، $b = 2$ اور $c = 1$ ہو تو ثابت کیجیے کہ:

(i) $a + b = b + a$
(ii) $a \times b = b \times a$
(iii) $(a + b) + c = a + (b + c)$
(iv) $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
(v) $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
(vi) $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$
(vii) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

## خلاصہ

- الجبرا حساب کی تعمیمی شکل ہے۔
- الجبرا میں انگلش لیٹر کسی عدد یا کسی قیمت کو علامتی طور پر ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتا ہے جو متغیر کہلاتا ہے۔
- لفظوں کا ایسا مجموعہ جس کا مطلب پوری طرح سمجھ آ جائے جملہ کہلاتا ہے۔
- کسی متغیر سے ضرب کھانے والے عدد کو عددی سر کہتے ہیں۔
- ایسے جملے جن میں اعداد یا متغیرات یا دونوں (اعداد اور متغیرات) بنیادی عوامل کی علامات سے جڑے ہوں الجبری جملے کہلاتے ہیں۔
- ایسی مقدار جس کی کوئی مخصوص عددی قیمت ہو مستقل رقم کہلاتی ہے۔
- ایک ہی قسم کی رقوم جن کے صرف عددی سر مختلف ہوں لائیک رقوم کہلاتی ہیں۔
- لائیک رقوم کو جمع کرتے ہوئے ہم صرف اُن کے عددی سروں کو جمع کرتے ہیں اور حاصل جمع کے ساتھ اُن کے مشترک متغیر کو لکھتے ہیں۔
- بریکٹس عوامل کو حل کرنے کی ترتیب کی نشان دہی کرتی ہیں۔
- کسی جملے کے متغیرات کی جگہ اعداد استعمال کر کے عددی قیمت معلوم کرنے کے عمل کو ای ویلیوایشن کہتے ہیں۔

## نظر ثانی مشق 8

1 حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(i) $-2x^2+5x-8$ اور $3x^2-x+7$
(ii) $5x^2-4x+2$ اور $-3x^2-7x+4$
(iii) $2a-3b+4c$ اور $5a+2b-5c$
(iv) $a-2b+c$، $5b-2a$ اور $-4a-3b$
(v) $3l^2+4m-5n^3$، $7l^2-8m-6n^3$ اور $4l^2-9m-7n^3$
(vi) $p^2+2pq+q^3$، $p^2-2pq+q^2$ اور $-p^2-q^2$

2 پہلے الجبری جملے میں سے دوسرے الجبری جملے کو تفریق کیجیے۔

(i) $-3a-7b-c,\ 3a-8b-6c$
(ii) $19p-q+r,\ 8p-3q-4r$
(iii) $2x^3-3x^2+x+5,\ 4x^3+5x^2-3x+8$
(iv) $3a-3b+4c-6d,\ 4a-6b-c+7d$
(v) $x^2-3xy+7y^2-2,\ -4x^2-6xy-y^2+5$

3 مختصر کیجیے۔

(i) $[3x^2-\{x^2-2y(5x-3y)\}]$
(ii) $x-[2y-\{3x-(2y+3z)\}]$
(iii) $2a-[3a-\{4a-(3b-\overline{2a+3b})\}]$
(iv) $-l-5m-[2l-m-\{3l-2m-(l+2m)\}]$

4 اگر $x = 4$، $y = 2$ اور $z = 5$ ہو تو درج ذیل کی قیمتیں معلوم کیجیے۔

(i) $2x-z$
(ii) $5x^2$
(iii) $x+y$
(iv) $x+y-z$
(v) $2xy-yz+y$
(vi) $x^2+z^2-2y$
(vii) $4x^2+2yz-y$
(viii) $4yz-z^2+3x^2$
(ix) $4x^2-3y^2z-8xz$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# معروضی مشق 8

**1** درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

i- جملے کی تعریف کیجیے۔

ii- کھلے بیان کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

iii- اُس عدد کو کیا کہتے ہیں جو ایک کھلے بیان کو درست بنا تا ہے؟

iv- متغیر کسے کہتے ہیں؟

v- ای ویلیوایشن کی تعریف کیجیے۔

**2** خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

i- ایک .................... یا تو درست ہوتا ہے یا پھر غلط۔ لیکن دونوں نہیں ہوتے۔

ii- الجبرا حساب کی .................... شکل ہے۔

iii- کسی متغیر سے ضرب کھانے والے عدد کو .................... کہتے ہیں۔

iv- کسی الجبری جملے کے وہ حصے جو + اور − کی علامات سے علیحدہ ہوتے ہیں .................... کہلاتے ہیں۔

v- ایسی رقوم جن کے صرف عددی سر مختلف ہوں .................... رقوم کہلاتی ہیں۔

**3** دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگایے۔

i- $4x^2$ میں 2 کہلاتا ہے۔

(a) اساس (b) عددی سر (c) قوت نما (d) رقم

ii- اگر a = 1، b = −1 اور c = 1 تو $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = ?$

(a) 1 (b) 2 (c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

iii- $x+2$ میں 2 کہلاتا ہے۔

(a) عددی سر (b) مستقل (c) متغیر (d) قوت نما

iv- $x^2+x^2+x+x = ?$

(a) $x^2$ (b) $x^2+x^2$ (c) $2(x^2+x)$ (d) $(x^2+x)^2$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یونٹ
# 9

# یک درجی مساواتیں

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- الجبری مساوات کی تعریف کریں۔
- الجبری جملے اور مساوات کے درمیان فرق کریں۔
- ایک متغیر والی یک درجی مساوات کی تعریف کریں۔
- ایک متغیر کی مدد سے یک درجی جملہ اور یک درجی مساوات بنائیں۔
- عام یک درجی مساوات کو حل کریں جن کے عددی سر کسورِ عام اور کسورِ اعشاریہ ہوں جیسے کہ: $\frac{1}{2}x + 5 = x - \frac{1}{3}$
- یک درجی مساوات سے متعلق روزمرّہ زندگی کے عبارتی سوالات حل کریں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 9.1 الجبری مساواتیں

ریاضی کا وہ کھلا بیان جس میں = کی علامت استعمال کی گئی ہو مساوات کہلاتا ہے۔ جس کا مطلب ہوتا ہے کہ بیان کی ایک طرف کی قیمت دوسری طرف کی قیمت کے برابر ہے۔ روزمرّہ زندگی میں عام نظر آنے والا ترازو مساوات کی ایک بہترین مثال ہے۔ جس میں:

i- ترازو کے دو عدد پلڑے مساوات کی دو اطراف سمجھی جاسکتی ہیں۔

ii- = کی علامت ترازو کے پلڑوں کا توازن ظاہر کرتی ہے۔

iii- جب ہم کسی مساوات کی دونوں اطراف سے کوئی عدد تفریق، ضرب، تقسیم یا جمع کریں تو مساوات ہمیشہ توازن میں رہتی ہے۔

فرض کیجیے کہ ایک پلڑے پر وزن $x + 2$ اور دوسرے پلڑے پر وزن 3 ہو اور دونوں پلڑے توازن میں ہوں تو مساوات $x+2=3$ ہوگی۔

## 9.2 ایک متغیر والی یک درجی مساوات

مندرجہ بالا مثال میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات $x+2=3$ میں 1 قوت والا صرف ایک متغیر ہے۔ اس طرح کی مساواتیں یک درجی مساواتیں کہلاتی ہیں۔

''ایسی مساوات جس میں 1 قوت نما والا صرف ایک متغیر پایا جائے ایک متغیر والی یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔ یعنی:

$$ax + b = 0$$

### 9.2.1 مساوات کا حل

نامعلوم مقداروں کی قیمت معلوم کرنے کے لیے ترازو کا تصور استعمال کیا جاسکتا ہے۔ نامعلوم مقداروں کی قیمتوں کو معلوم کرنے کے اس طریقے کو مساوات کو حل کرنے کا عمل کہتے ہیں اور نامعلوم مقدار کی معلوم کردہ قیمت کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔ مندرجہ بالا مثال کو لیں:

$$x + 2 = 3$$
$$x + \cancel{2} - \cancel{2} = 3 - 2 \quad \text{(دونوں اطراف سے 2 تفریق کریں۔)}$$
$$x = 1$$

پس، 1 مندرجہ بالا مساوات کا حل ہے۔

**مثال 2: درج ذیل مساواتوں کو حل کریں اور حل کی پڑتال کریں۔**

(i) $\dfrac{x+6}{2} = \dfrac{x+4}{3}$ (ii) $\dfrac{8x+4}{16-4x} = 1$

(iii) $\dfrac{1}{2}x + 5 = x - \dfrac{1}{3}$ (iv) $4x + 0.4 = 5.2$

حل:

(i)
$$\frac{x+6}{2} = \frac{x+4}{3}$$
$$3(x+6) = 2(x+4) \quad \text{(ترچھی ضرب کا عمل)}$$
$$3x + 18 = 2x + 8$$
$$3x - 2x = 8 - 18 \quad \text{(اعداد اور متغیرات کو علیحدہ کریں)}$$
$$x = -10$$

پڑتال

$$\frac{-10+6}{2} = \frac{-10+4}{3}$$
$$\frac{-4}{2} = \frac{-6}{3}$$
$$-2 = -2$$
L.H.S. = R.H.S.

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

(ii) $\frac{8x+4}{16-4x} = 1$

$8x + 4 = 16 - 4x$

$8x + 4x = 16 - 4$

$12x = 12$

$x = \frac{12}{12} = 1$

پڑتال

$\frac{(8\times1)+4}{16-4(1)}$

$\frac{8+4}{16-4} = \frac{12}{12} = 1$

L.H.S. = R.H.S.

(iii) $\frac{1}{2}x + 5 = x - \frac{1}{3}$

اطراف کو 6 سے ضرب دینے سے

$6\left(\frac{1}{2}x + 5\right) = 6\left(x - \frac{1}{3}\right)$

$\overset{3}{\cancel{6}}\left(\frac{1}{\cancel{2}}x\right) + 6(5) = 6(x) - \overset{2}{\cancel{6}}\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)$

$3x + 30 = 6x - 2$

$6x - 3x = 30 + 2$

$3x = 32$

$x = \frac{32}{3}$

پڑتال

$\frac{1}{\cancel{2}}\left(\frac{\overset{16}{\cancel{32}}}{3}\right) + 5 = \frac{32}{3} - \frac{1}{3}$

$\frac{16}{3} + \frac{5}{1} = \frac{32}{3} - \frac{1}{3}$

$\frac{16+15}{3} = \frac{32-1}{3}$

$\frac{31}{3} = \frac{31}{3}$

L.H.S = R.H.S

(iv) $4x + 0.4 = 5.2$

$4x = 5.2 - 0.4$

$4x = 4.8$

$x = \frac{\overset{1.2}{\cancel{4.8}}}{\cancel{4}}$

$x = 1.2$

پڑتال

$4(1.2) + 0.4 = 5.2$

$4.8 + 0.4 = 5.2$

$5.2 = 5.2$

L.H.S = R.H.S

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 9.1

**1** درج ذیل میں سے ہر ایک کے لیے مساوات لکھیے۔

i- ایک عدد اور 8 کا مجموعہ 14 ہے۔

ii- ایک عدد اور 7 کا فرق 9 ہے۔

iii- ایک عدد کا دوگنا 16 ہے۔

iv- ایک عدد کا ایک تہائی 2 ہے۔

v- ایک عدد 2 کے اضافہ سے 4 بنتا ہے۔

vi- ایک عدد 4 کی کمی سے 3 بنتا ہے۔

vii- کسی عدد کے دوگنا میں 3 کا اضافہ کرنے سے 17 بنتا ہے۔

viii- میری عمر اور میرے بھائی کی عمر جمع کرنے سے 20 سال بنتی ہے۔

ix- میری عمر کا دوگنا میں 7 سال کے اضافہ سے میری ماں کی عمر بنتی ہے۔

x- 6 پین کی قیمت ایک کتاب کی قیمت کے برابر ہے۔

**2** درج ذیل مساواتیں حل کریں اور پڑتال کریں۔

(i) $2 + 5x = x$
(ii) $3a - 3 = 0$
(iii) $x - 3 = 5$
(iv) $2x + 2 = 14$
(v) $12x = 36$
(vi) $\frac{x}{6} = 3$
(vii) $x + 2 = 2x - 1$
(viii) $\frac{2y}{3} = -8$
(ix) $x + 4 + x - 2 = 0$
(x) $m + 1 + 2m + 5 = 0$
(xi) $2x - 4 = x$
(xii) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{5x}{2} = 25$
(xiii) $\frac{x}{2} = \frac{7}{2}$
(xiv) $2m - 5 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}$
(xv) $\frac{a}{2} + \frac{a}{2} = 3a + 14$
(xvi) $\frac{6a-4}{2a+2} = 2$
(xvii) $0.9x - 3 = 6$
(xviii) $0.1x + 2.5 = 3$
(xix) $1.5x + 4 = 7$
(xx) $0.25x + 1.5 = 7.5$
(xxi) $\frac{3x - 1.5}{0.9 - 1.5x} = 0$

## 9.2.2 عبارتی سوالات

کسی مساوات کی مدد سے کوئی سوال حل کرنے کے لیے چار اہم مرحلے ہوتے ہیں۔

i- مطلوب کیا ہے؟
ii- مطلوبہ مقدار کو کسی متغیر سے ظاہر کریں۔
iii- بیان کے مطابق مساوات لکھیں۔
iv- مساوات کو حل کر کے پڑتال کریں۔

مثال 1: احسن اور شکیل نے 60 روپے میں ایک کلاک خریدا۔ احسن نے شکیل سے 12 روپے زیادہ دیے۔ بتایئے احسن نے کتنے روپے ادا کیے؟

حل:

فرض کیجیے شکیل نے ادا کیے = $x$

تو احسن نے ادا کیے = $x + 12$

کل رقم دونوں نے ادا کی = $x + x + 12 = 2x + 12$

لیکن اصل رقم جو ادا ہوئی = 60 روپے

$$2x + 12 = 60$$
$$2x = 60 - 12$$
$$2x = 48$$
$$x = \frac{48}{2} = 24$$

لیکن $x$ تو شکیل کی ادا کردہ رقم ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ شکیل نے 24 روپے ادا کیے اور احسن نے 12 روپے شکیل سے زیادہ ادا کیے ہیں۔ لہٰذا:

احسن کی ادا کردہ رقم : $x + 12 = 24 + 12 = 36$

پس، احسن نے 36 روپے ادا کیے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مثال 2: کرن کے بھائی کی عمر اس کی بہن کی عمر کے دوگنا سے 4 سال کم ہے۔ کرن کی عمر بتائیے جب کہ اس کے بھائی کی عمر 22 سال ہے۔

حل:

فرض کیجیے۔

کرن کی عمر ہے $= x$

تو اس کے بھائی کی عمر ہوئی $= 2x - 4$

لیکن اس کی اصل عمر ہے = 22 سال

لہٰذا

$$2x - 4 = 22$$
$$2x = 22 + 4$$
$$2x = 26$$
$$x = \frac{26}{2} = 13$$

پس، کرن کی عمر 13 سال ہے۔

## مشق 9.2

**1** درج ذیل میں سے ہر ایک میں $n = 2$ کی قیمت رکھ کر $m$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

(i) $2m - n = 12$  (ii) $\frac{m}{n} = \frac{9}{2}$  (iii) $\frac{2m}{n} = 9 - 3m$

(iv) $m = 2n + n + 1$  (v) $2m + n - 2 = 3n + 2n$  (vi) $m + n = mn$

**2** ایک پستول والے کھلونے کی قیمت 7 روپے کم ہوگئی۔ اس کی اصل قیمت معلوم کیجیے جب کہ نئی قیمت 18 روپے ہے۔

**3** دو اعداد کا مجموعہ 12 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے جب کہ ایک عدد دوسرے عدد کا دوگنا ہے۔ (فرض کیجیے پہلا عدد $x$ ہے تو دوسرا عدد $2x$ ہوا)

**4** دو اعداد کا حاصلِ ضرب 72 ہے۔ دوسرا عدد معلوم کیجیے جب کہ پہلا عدد 9 ہے۔

**5** دو اعداد کا فرق 6 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے جب کہ ایک عدد دوسرے کا $\frac{1}{4}$ ہے۔

**6** سیمنہ نے ایک پین اور ایک کتاب 45 روپے میں خریدی۔ کتاب پین سے 8 گنا مہنگی ہے۔ بتائیے کتاب اور پین کی قیمتیں کیا ہیں؟

**7** قاسم حسین نے اپنا کھاتہ کھولا تو اس نے غور کیا کہ اس کے سامنے موجود دونوں صفحات کے نمبروں کا مجموعہ 93 ہے۔ دونوں صفحات کے نمبر معلوم کیجیے۔

(اشارہ: فرض کیجیے کہ ایک صفحہ نمبر $x$ ہے تو دوسرا صفحہ نمبر $x + 1$ ہوا۔)

**8** عمران فرحت اور عبدالرزاق نے پاکستان کے اسکور میں 69 رنز کا اضافہ کیا۔ اگر عبدالرزاق کا اسکور عمران فرحت سے دوگنا ہو تو معلوم کیجیے کہ عبدالرزاق کو نصف سینچری مکمل کرنے کے لیے کتنے رنز درکار ہیں؟

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## خلاصہ

- دوالجبری جملوں کی مقداروں کے درمیان برابری کا تعلق مساوات کہلاتا ہے۔
- جب ہم کسی مساوات کے دونوں طرف کوئی عدد جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم کرتے ہیں تو مساوات توازن میں ہی رہتی ہے۔
- ایسی مساوات جو 1 قوت نما والے متغیر پر مشتمل ہو تو وہ ایک متغیر والی یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔
- کسی مساوات میں نامعلوم مقداروں کی قیمت اُس مساوات کا حل کہلاتی ہے۔
- کسی متغیر کو مساوات کے ایک طرف سے دوسری طرف علامت تبدیل کر کے لے جایا جاسکتا ہے۔
- کسی مساوات کی مدد سے کوئی سوال حل کرنے کے چار مراحل ہوتے ہیں۔

i- مطلوب کیا ہے؟ ii- مطلوبہ مقدار کو کسی متغیر سے ظاہر کریں۔

iii- فقرے کے مطابق مساوات لکھیں۔ iv- مساوات حل کر کے پڑتال کریں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## نظرثانی مشق 9

**1** درج ذیل مساواتوں کو حل کیجیے۔

(i) $3x+\frac{2}{5} = 2-x$

(ii) $\frac{x}{4}+\frac{x}{6}=\frac{x}{2}-\frac{3}{4}$

(iii) $\frac{5x-4}{8}-\frac{x-3}{5}=\frac{x+6}{4}$

(iv) $\frac{2}{3}(x-5)-\frac{1}{4}(x-2)=\frac{-3}{2}$

(v) $3(x-4)-4(2x+3) = 2(x+5)+1$

(vi) $2(x-2)+3(x-3) = 3(x-5)-4(x-8)$

**2** اگر ایک عدد کو دوگنا کر کے اس میں 7 کا اضافہ کیا جائے تو یہ 13 بن جاتا ہے۔ عدد معلوم کیجیے۔

**3** ایک مستطیل کی لمبائی اس کی چوڑائی کے تین گنا سے 6 میٹر زیادہ ہے۔ اگر مستطیل کا احاطہ 148 میٹر ہو تو اس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجیے۔

**4** چار مسلسل اعداد کا مجموعہ 266 ہے۔ اعداد معلوم کیجیے۔

**5** ایک کسرِ عام کا شمارکنندہ مخرج سے 4 زیادہ ہے۔ اگر ہم اس کے مخرج میں 1 جمع کریں تو کسرِ عام $\frac{3}{2}$ بن جاتی ہے۔ کسرِ عام معلوم کیجیے۔

# معروضی مشق 9

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**1** درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

-i مساوات کی تعریف کریں۔

-ii کون سی مساوات یک درجی مساوات کہلاتی ہے؟

-iii مساوات کو حل کرنے کا کیا مطلب ہوتا ہے؟

-iv کسی مساوات کی مدد سے کوئی سوال حل کرنے کے چار مرحلے کون سے ہیں؟

**2** خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

-i ترازو.................کی ایک بہترین مثال ہے۔

-ii دو الجبری جملوں کے درمیان.................کا تعلق مساوات کہلاتا ہے۔

-iii کسی مساوات میں نامعلوم مقدار کی قیمت مساوات کا.................کہلاتی ہے۔

-iv ایسی مساوات جو.................قوت نما والے متغیر پر مشتمل ہو تو وہ ایک متغیر والی یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔

-v کوئی عدد یا متغیر علامت تبدیل کر کے مساوات کی ایک طرف سے دوسری طرف جا سکتا ہے۔ اس کو.................کا عمل کہتے ہیں۔

**3** درست جواب پر (✓) کا نشان لگائیے۔

-i مساوات $x-1=-1$ کا حل ہے۔

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) −2

-ii مساوات لکھنے کے لیے ہم علامت استعمال کرتے ہیں۔

(a) + (b) − (c) = (d) ∠

-iii اگر $\frac{x-1}{2}=1$ ہو تو $x=?$

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

-iv اِس فقرے ”میری عمر میرے بھائی کی عمر سے دوگنا ہے“ کو مساوات کی شکل میں یوں لکھ سکتے ہیں۔

(a) $x+y=2$ (b) $x=2y$ (c) $\frac{x+y}{2}$ (d) $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}$

یونٹ
10

# جیومیٹری

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- دو یا دو سے زیادہ قطعات خط کی پیمائش کو جمع کریں۔
- کسی لمبے قطعہ خط کی پیمائش میں سے چھوٹے قطعہ خط کی پیمائش کو تفریق کریں۔
- پُرکار کی مدد سے دیے گئے قطعہ خط کی عمودی خط سے تنصیف کریں۔
- پُرکار کی مدد سے دیے گئے قطعہ خط پر ہی موجود نقطہ پر سے عمودی خط کھینچیں۔
- پُرکار کی مدد سے دیے گئے قطعہ خط سے باہر موجود نقطہ سے قطعہ خط پر عمود کھینچیں۔
- پُرکار کی مدد سے:
  - دیے گئے زاویے کے برابر پیمائش والا زاویہ بنائیں۔
  - دیے گئے زاویے سے دوگنا پیمائش والا زاویہ بنائیں۔
  - دیے گئے زاویے کی تنصیف کریں۔
  - دیے گئے زاویے کو چار برابر زاویوں میں تقسیم کریں۔
  - نیچے دیے گئے زاویے بنائیں۔

$60^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 90^\circ, 45^\circ, (22\frac{1}{2})^\circ, 75^\circ, (67\frac{1}{2})^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 165^\circ, 135^\circ, 105^\circ,$

- مثلث بنائیں جبکہ تینوں اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں۔
  (احتیاط: دو اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ تیسرے ضلع کی لمبائی سے زیادہ ہونا چاہیے۔)
- مثلث بنائیں جبکہ دو اضلاع کی لمبائیاں اور ان کے درمیانی زاویے کی لمبائی دی گئی ہو۔
- مثلث بنائیں جبکہ دو زاویوں کی مقداریں اور ان کے درمیانی ضلع کی لمبائی دی گئی ہو۔
- قائمۃ الزاویہ مثلث بنائیں جبکہ وتر اور ایک ضلع کی لمبائی دی گئی ہو۔

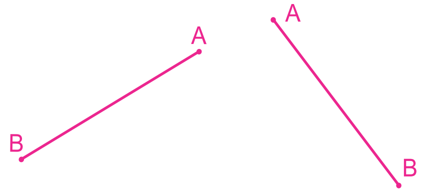
Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 10.1 تعارف

جیومیٹری ریاضی کی ایک نہایت اہم شاخ ہے جس میں ہم نقاط، خطوط، سطحات اور ٹھوس کے بارے میں علم حاصل کرتے ہیں۔ جیومیٹری یونانی اور لاطینی زبان سے حاصل کیا گیا ایک لفظ ہے جس کا مطلب زمین کی پیمائش ہوتا ہے۔

### 10.1.1 قطعہ خط

قطعہ خط جیومیٹری کے بنیادی اجزا میں سے ایک اہم جز ہے جو مختلف جسامت کی جیومیٹریکل اشکال بنانے میں مدد دیتا ہے۔ قطعہ خط کسی خط کا ہی حصہ ہوتا ہے۔ جس کے دو سرے ہوتے ہیں۔




نقاط A اور B کی مدد سے کسی قطعہ خط کا نام یوں لکھا جاتا ہے۔ ''قطعہ خط AB یا $\overline{AB}$ ''، اب ہم دو قطعات خط کی لمبائیوں کو جمع یا تفریق کرنے کے طریقے سیکھیں گے۔

لمبائی کے مطابق قطعہ خط کھینچنے کے دو طریقے ہوتے ہیں۔

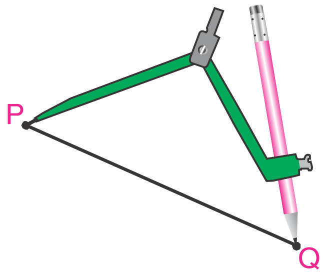
- پیمانے کی مدد سے
- پُرکار کی مدد سے

### 10.1.2 دو قطعاتِ خط کی لمبائیوں کا مجموعہ معلوم کرنا

مندرجہ بالا اشکال میں $\overline{PQ}$ اور $\overline{RS}$ دو قطعات خط ہیں اب ہم ایک ایسا قطعہ خط کھینچتے ہیں جس کی لمبائی دیے گئے قطعات خط کی لمبائیوں کے مجموعے کے برابر ہو۔

i- ایک شعاع $\overrightarrow{OE}$ کھینچیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

ii- پُرکار کی مدد سے قطعہ خط $\overline{PQ}$ کی لمبائی کی پیمائش کریں۔ ( $\overline{PQ}$ کی لمبائی ماپنے کے لیے پرکار کی دھاتی نوک نقطہ P پر اور پنسل کی نوک Q پر رکھیں۔)




Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

-iii $\overline{PQ}$ سے پرکار ہٹائیں اور اسی لمبائی کا قطعہ $\overline{OA}$ شعاع OE سے کاٹیں۔ یعنی $m\overline{PQ} = m\overline{OA}$

-iv اسی طرح $\overline{RS}$ کی لمبائی ماپیں اور اسی لمبائی کا ایک قطعہ $\overline{AB}$ شعاع OE سے کاٹیں۔ یعنی $m\overline{RS} = m\overline{AB}$ جبکہ نقطہ B نقطہ A اور نقطہ E کے درمیان میں واقع ہے۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ: $m\overline{OB} = m\overline{OA} + m\overline{AB}$

لیکن ہم جانتے ہیں کہ: $m\overline{OA} = m\overline{PQ}$ اور $m\overline{AB} = m\overline{RS}$

تو $m\overline{OB} = m\overline{PQ} + m\overline{RS}$

پس، $\overline{OB}$ مطلوبہ قطعہ خط ہے۔

## 10.1.3 دو قطعاتِ خط کی لمبائیوں میں فرق معلوم کرنا

اُوپر دی گئی اشکال میں $\overline{PQ}$ اور $\overline{RS}$ دو نابرابر قطعاتِ خط ہیں یعنی $m\overline{PQ} > m\overline{RS}$۔ اب ہم ایک ایسا قطعہ خط کھینچتے ہیں جس کی لمبائی ان دو قطعات خط کے فرق کے برابر ہو۔

(i) ایک شعاع OE کھینچیں۔ (پیمانہ استعمال کریں)

(ii) $\overline{PQ}$ کی لمبائی ماپیں اور اسی لمبائی کا ایک قطعہ $\overline{OA}$ شعاع OE سے کاٹیں۔ یعنی: $m\overline{PQ} = m\overline{OA}$

(iii) اسی طرح $\overline{RS}$ کی لمبائی ماپیں اور اسی لمبائی کا ایک قطعہ $\overline{AB}$ شعاع OE میں سے کاٹیں، یعنی: $m\overline{RS} = m\overline{AB}$ لیکن یہاں نقطہ B نقاط O اور A کے درمیان موجود ہے۔

مندرجہ بالا سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ: $m\overline{OB} = m\overline{OA} - m\overline{AB}$

لیکن ہم جانتے ہیں کہ: $m\overline{OA} = m\overline{PQ}$ اور $m\overline{AB} = m\overline{RS}$

اِس کا مطلب یہ ہوا کہ $m\overline{OB} = m\overline{PQ} - m\overline{RS}$

پس، $\overline{OB}$ ہی مطلوبہ خط ہے۔

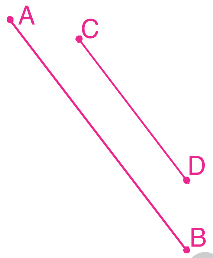
Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 10.1

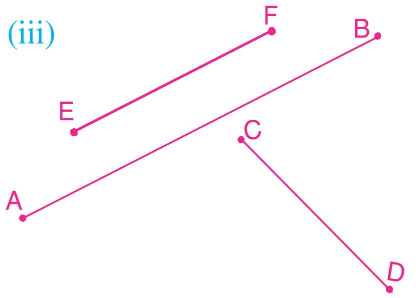
**1** دیے گئے قطعات خط کے جوڑوں کی لمبائیوں کے مجموعے ظاہر کرنے کے لیے قطعہ خط کھینچیں۔

(i)

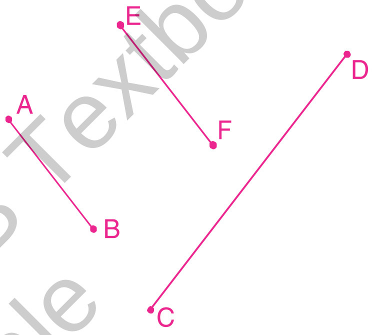
(ii)




(iii)

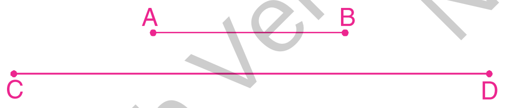



(iv)

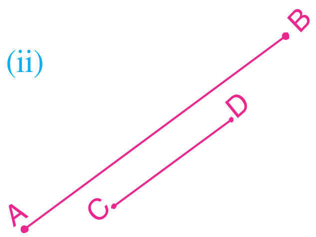



**2** دیے گئے قطعات خط کے جوڑوں کے درمیان فرق کو ظاہر کرنے کے لیے قطعہ خط کھینچیں۔

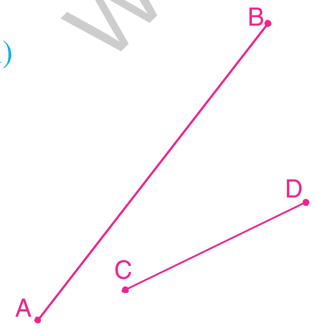
(i)



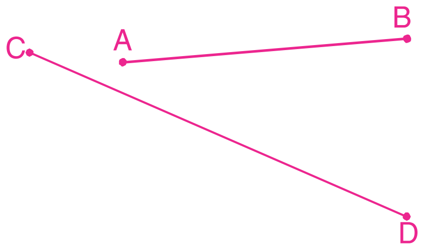

(ii)




(iii)




(iv)




Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 10.1.4 قطعہ خط کی تنصیف

تنصیف کا مطلب دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہوتا ہے۔ اب ہم کسی خط پر پُرکار اور پیمانے کی مدد سے عمودی ناصف کھینچنے کے بارے میں سیکھیں گے۔

## 10.1.5 دیے گئے قطعہ خط کا عمودی ناصف کھینچنا

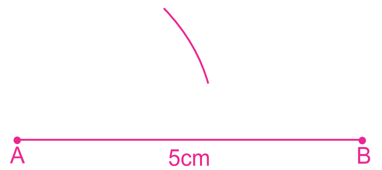
دیے گئے قطعہ خط پر عمودی ناصف ایک ایسا خط ہوتا ہے جو اس پر عمود ہوتا ہے اور اس کے درمیانی نقطہ سے گزرتا ہے۔ دیے گئے قطعہ خط پر عمودی ناصف پُرکار اور پیمانے کی مدد سے کھینچا جا سکتا ہے۔ جو نیچے دی ہوئی مثال میں ظاہر ہے۔

مثال 1: 5 سم لمبے قطعہ خط پر عمودی ناصف کھینچیں۔

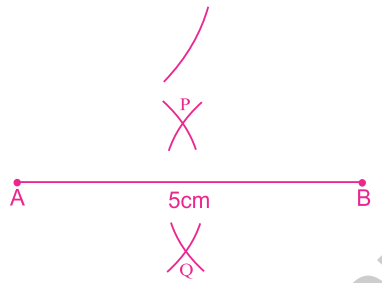
حل:

(i) 5 سم لمبا قطعہ خط AB کھینچیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

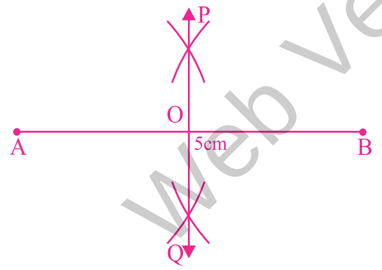
(ii) نقطہ A کو مرکز مان کر $\frac{1}{2}\overline{AB}$ سے زیادہ رداس کی دو قوسیں لگایئے۔ یعنی $\overline{AB}$ کی دونوں اطراف پر ایک ایک قوس۔ (پرکار کی مدد سے)




(iii) نقطہ B کو مرکز مان کر مرحلہ (ii) کے عمل کو دہرائیں۔ یہ نئی قوسیں پہلی دونوں قوسین کو نقاط P اور Q پر کاٹیں گی۔




(iv) نقاط P اور Q کو ایک خط سے ملائیں (ایک پیمانے کی مدد سے خط کھینچیں جو قطعہ خط AB کو کسی نقطہ O پر کاٹے گا)۔




### نتائج:

(i) دونوں قطعات خط $\overline{OA}$ اور $\overline{OB}$ کی ایک ہی لمبائی ہے۔

$\therefore\ \overline{OA} = \overline{OB}$

(ii) خط $\overline{PQ}$ قطعہ خط $\overline{AB}$ پر عمود ہے۔ کیوں کہ: $\angle AOP = \angle BOP = 90^\circ$

$\therefore\ \overleftrightarrow{PQ} \perp \overline{AB}$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

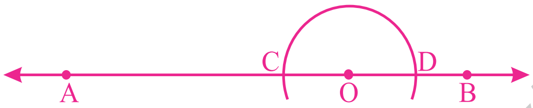
## 10.1.6 دیے گئے خط پر موجود نقطہ پر عمود کھینچنا

دیے گئے خط پر ہی موجود کسی نقطہ سے گزرتا ہوا عمود پرکار کی مدد سے کھینچا جا سکتا ہے جس کو نیچے دی گئی مثال میں ظاہر کیا گیا ہے۔

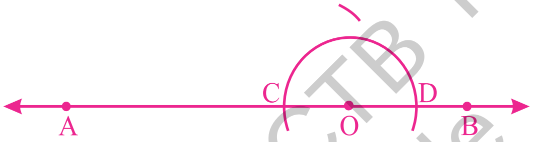
مثال 2: نیچے دیے گئے خط AB پر دیے گئے نقطہ O پر عمود کھینچیں۔

حل:

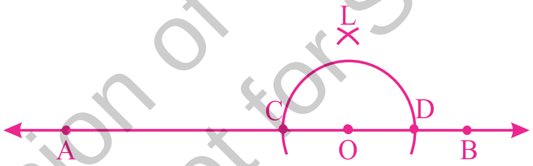
(i) نقطہ O کو مرکز مان کر مناسب رداس کی ایک قوس لگائیں جو خط $AB$ کو بالترتیب دو نقاط C اور D پر کاٹے گی۔ $m\overline{OC} = m\overline{OD}$



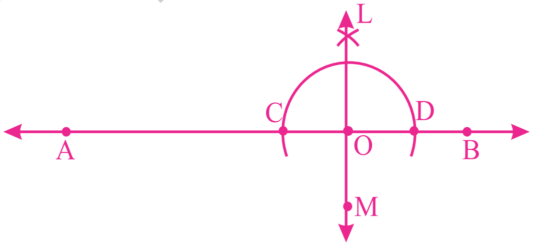

(ii) نقطہ C کو مرکز مان کر $\overline{OC}$ سے زیادہ رداس کی قوس کھینچیں۔




(iii) اب نقطہ D کو مرکز مان کر پچھلے عمل کو پھر دہرائیں۔




(iv) خط نقاط L اور O سے گزرتا ہوا جو دیے گئے خط پر عمود ہو کھینچیں۔

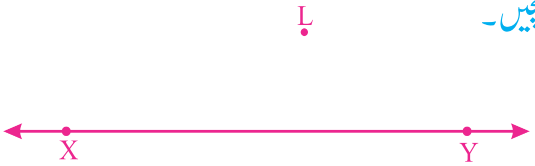



خط LM مطلوبہ عمود ہے۔

## 10.1.7 دیے گئے خط سے باہر موجود نقطہ سے خط پر عمود کھینچنا

آیئے ہم دیے گئے خط سے باہر موجود نقطہ سے خط پر عمود پرکار اور پیمانے کی مدد سے کھینچنا سیکھتے ہیں۔

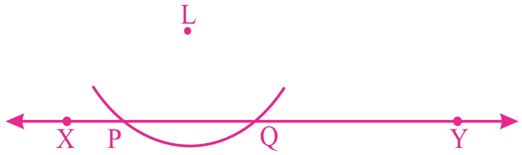
مثال 3: نقطہ L سے دیے گئے خط XY پر عمود کھینچیں۔



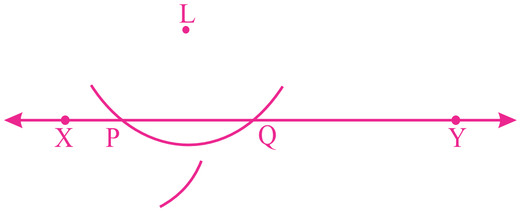

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

حل:

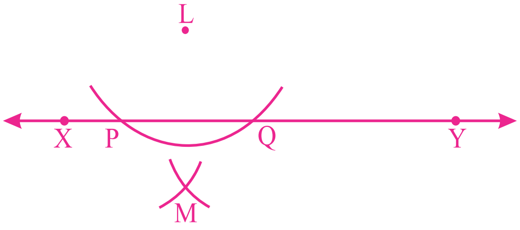
(i) نقطہ L کو مرکز مان کر ایک مناسب رداس کی قوس لگائیں جو خط XY کو بالترتیب دو نقاط P اور Q پر کاٹے گی۔



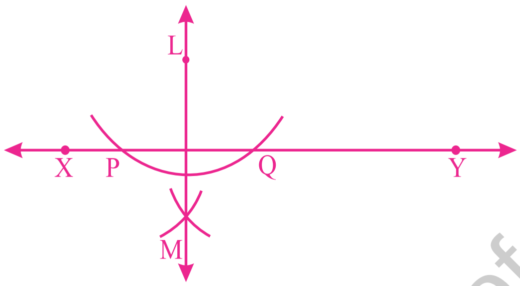

(ii) نقطہ P کو مرکز مان کر خط PQ کی آدھی سے زیادہ لمبائی کے رداس کی قوس لگائیں۔




(iii) اب نقطہ Q کو مرکز مان کر مرحلہ (ii) کے عمل کو دہرائیں۔ یہ قوس سابقہ قوس کو کسی نقطہ M پر کاٹے گی۔




(iv) نقاط L اور M کو ملائیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

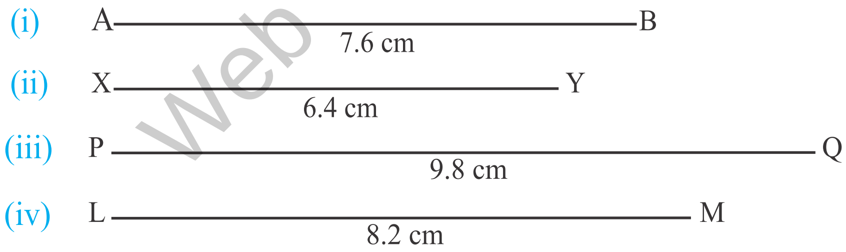



**نتیجہ:** خط LM مطلوبہ عمود ہے۔

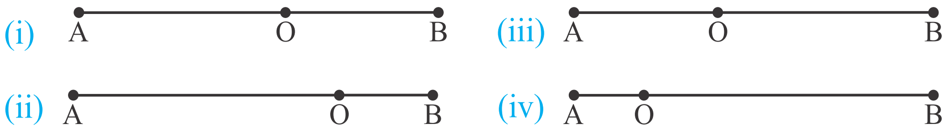
ایک عمودی ناصف ہمیشہ خط کو 90° درجے کے زاویے پر کاٹتا ہے جس کو پروٹریکٹر کی مدد سے چیک کیا جا سکتا ہے۔

## مشق 10.2

**1** نیچے دیے گئے قطعات خط پر پرکار کی مدد سے عمودی ناصف کھینچیں۔

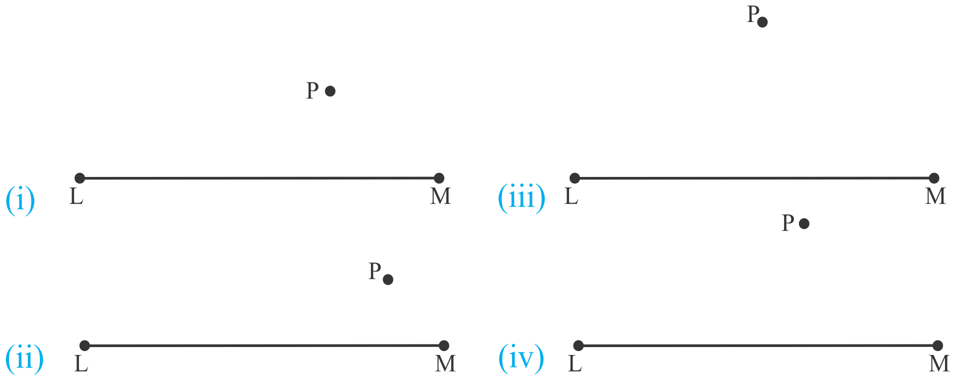



**2** قطعہ خط AB پر موجود نقطہ O سے عمود کھینچیں۔




Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

3 قطعہ خط LM پر نقطہ P سے عمود کھینچیں۔



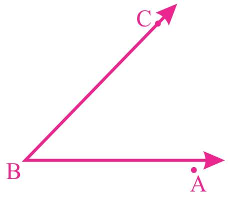

## 10.2 زاویے بنانا

ہم پروٹریکٹر کی مدد سے زاویہ بنانے کے عمل سے واقف ہیں۔اب ہم پُرکار کی مدد سے زاویہ بنانا سیکھتے ہیں۔

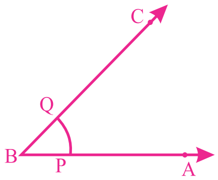
### 10.2.1 متماثل زاویے بنانا

مثال 1: پروٹریکٹر کی مدد سے 45° کا زاویہ بنائیں اور پھر پُرکار کی مدد سے اس کا متماثل زاویہ بنایئے۔

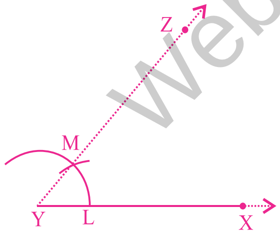
حل:




i- سامنے دی گئی شکل کے مطابق 45° کا ایک زاویہ ABC بنائیں۔ (پروٹریکٹر کی مدد سے)




ii- نقطہ B کو مرکز مان کر ایک قوس لگائیں جو شعاع BA کو نقطہ P اور BC کو نقطہ Q پر کاٹے گی جیسا کہ دی گئی ڈائیگرام میں دکھایا گیا ہے۔ (پرکار کی مدد سے)




iii- متماثل زاویہ بنانے کے لیے پہلے ایک شعاع YX کھینچیں۔

iv- اب نقطہ Y کو مرکز مان کر اِسی رداس کی ایک قوس لگائیں جو شعاع YX کو کسی نقطہ L پر کاٹے گی۔ (پرکار کی مدد سے)

v- اب نقطہ L کو مرکز مان کر PQ رداس کی ایک قوس لگائیں جو پچھلی قوس کو کسی نقطہ M پر کاٹے گی۔ (پُرکار کی مدد سے)

vi- نقطہ M سے گزرتی ہوئی ایک شعاع YZ کھینچیں۔

∠XYZ مطلوبہ متماثل زاویہ ہے۔

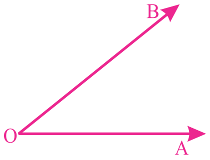
Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 10.2.2 دیے گئے زاویہ سے دوگنا پیمائش کا زاویہ بنانا

دیے گئے متماثل زاویہ بنانے کے طریقے کی مدد سے ہم کسی زاویہ سے دوگنا پیمائش کا زاویہ بھی بنا سکتے ہیں۔ ہم اس طریقے کو ایک مثال کی مدد سے سیکھتے ہیں۔

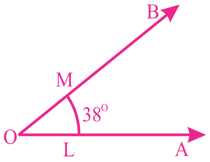
مثال 2: پروٹریکٹر کی مدد سے °38 کا ایک زاویہ بنائیں اور پھر اس سے دوگنا پیمائش کا ایک اور زاویہ بنائیں۔

حل:



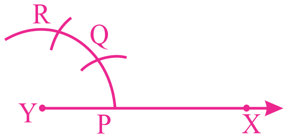

(i) °38 کا ایک زاویہ AOB∠ بنائیں۔ (پروٹریکٹر کی مدد سے)

(ii) نقطہ O کو مرکز مان کر ایک قوس لگائیں جو شعاع OA کو نقطہ L پر اور شعاع OB کو نقطہ M پر کاٹے گی۔ (پُرکار کی مدد سے)

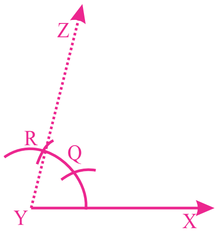



(iii) شعاع YX کھینچیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

(iv) اب نقطہ Y کو مرکز مان کر اُوپر دیے گئے رداس کے مطابق قوس لگائیں جو شعاع YX کو نقطہ P پر کاٹے گی۔ (پرکار کی مدد سے)




(v) نقطہ P کو مرکز مان کر LM رداس کی ایک قوس لگائیں جو پچھلی قوس کو کسی نقطہ Q پر کاٹے گی۔ (پرکار کی مدد سے)




(vi) اب نقطہ Q کو مرکز مان کر ایک اور قوس لگائیں جو پہلی قوس کو نقطہ R پر کاٹے گی۔

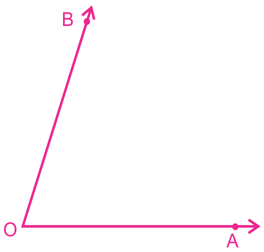
(vii) نقطہ R سے گزرتی ہوئی ایک شعاع YZ کھینچیں۔ XYZ∠ مطلوبہ زاویہ ہے۔

## 10.2.3 زاویہ کی تنصیف

ہم کسی زاویے کو بھی دو برابر حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ جیسا کہ نیچے دی گئی مثال سے ظاہر ہے۔

مثال 3: °80 کے زاویے کو بنانے کے بعد دو حصّوں میں تقسیم کریں۔

حل:

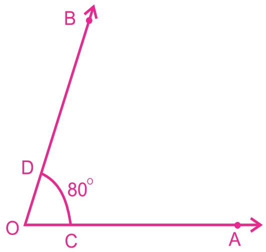



i- °80 کا ایک زاویہ بنائیں۔ (پروٹریکٹر کی مدد سے)

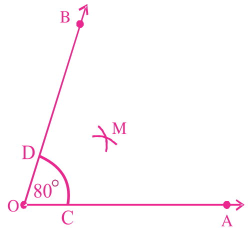
ii- نقطہ O سے ایک قوس لگائیں۔ (پُرکار کی مدد سے)

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یہ قوس شعاع OA کو کسی نقطہ C اور شعاع OB کو نقطہ D پر کاٹے گی۔

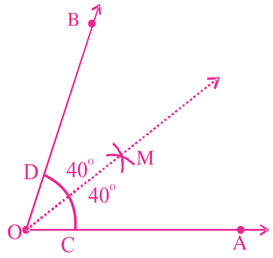



-iii نقاط C اور D کو مرکز مان کر اسی رداس کی دو قوسیں مزید لگائیں۔ (پرکار کی مدد سے)
یہ قوسین ایک دوسرے کو نقطہ M پر کاٹیں گی۔




-iv نقطہ O کو نقطہ M سے ایک شعاع OM کی مدد سے ملائیں۔ (پیمانے کی مدد سے)
شعاع OM زاویہ AOB∠ کو دو برابر حصوں میں کاٹے گی۔

$$m\angle AOM = m\angle BOM = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$




## 10.2.4 کسی زاویہ کی چار برابر زاویوں میں تقسیم

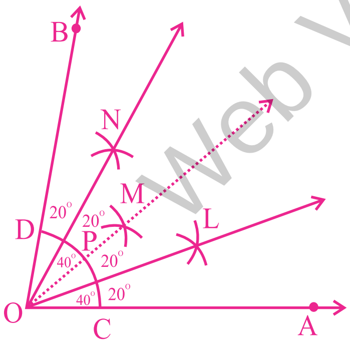
اسی طرح ہم کسی زاویہ کو پہلے سے نصف کیے گئے حصوں کی مزید تنصیف کر کے اسے چار برابر حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں جیسا کہ نیچے دیا گیا ہے۔

-i مندرجہ بالا طریقے کے مطابق زاویہ بنا کر اس کی تنصیف کریں۔

-ii شعاع $\overrightarrow{OM}$ کو منقطع کرنے والے نقطے پر P لیبل کریں۔

-iii نقاط P اور C سے مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں جو کہ ایک دوسرے کو کسی نقطہ L پر منقطع کریں گی۔

-iv دوبارہ اُسی رداس کی دو قوسیں نقاط P اور D سے لگائیں جو کسی نقطہ N پر منقطع کریں گی۔




شعاعیں $\overrightarrow{OM}$، $\overrightarrow{OL}$ اور $\overrightarrow{ON}$ زاویہ AOB∠ کو چار برابر حصوں میں کاٹیں گی۔

$$m\angle AOL = m\angle LOM = m\angle MON = m\angle NOB = \frac{80^\circ}{4} = 20^\circ$$

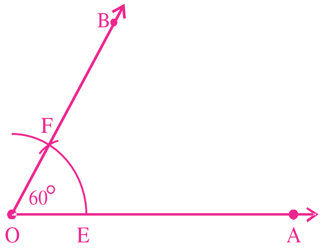
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## $60^\circ$ کا زاویہ بنانا۔

-i ایک شعاع $\overrightarrow{OA}$ کھینچیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

-ii نقطہ O کو مرکز مان کر مناسب رداس کی ایک قوس پُرکار کی مدد سے لگائیں۔
یہ قوس شعاع $\overrightarrow{OA}$ کو کسی نقطہ E پر کاٹے گی۔

-iii اب نقطہ E کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں جو پچھلی قوس کو نقطہ F پر کاٹے گی۔ (پُرکار کی مدد سے)

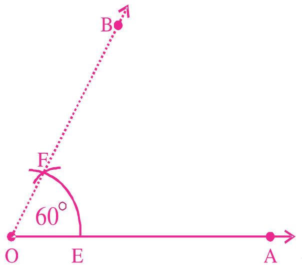



-iv نقطہ F سے گزرتی ہوئی ایک اور شعاع OB کھینچیں اور $m\angle AOB$ پر $60^\circ$ لیبل کریں۔

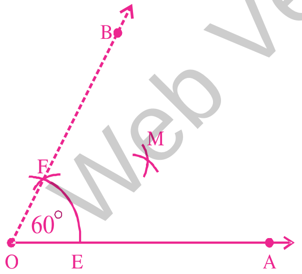
$\angle AOB$ مطلوبہ $60^\circ$ کا زاویہ ہے۔ جس کو پروٹریکٹر کی مدد سے چیک کیا جا سکتا ہے۔

## $30^\circ$ کا زاویہ بنانا۔

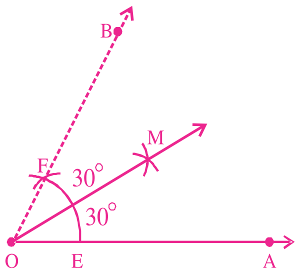
$30^\circ$ کا زاویہ بنانے کے لیے زاویے کی تنصیف کا طریقہ استعمال کیا جا سکتا ہے۔ ہم اپنی پچھلی جماعت میں سیکھ چکے ہیں کہ اگر ہم $60^\circ$ کے زاویے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں تو ہمیں $30^\circ$ کا زاویہ حاصل ہوتا ہے۔ یعنی $\frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$




(i) $60^\circ$ کا زاویہ بنائیں۔ (مندرجہ بالا طریقے سے)




(ii) نقاط E اور F سے اسی رداس کی دو قوسیں لگائیں۔ (پُرکار کی مدد سے)




(iii) نقطہ O کو نقطہ M سے ایک شعاع کے ذریعے ملائیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

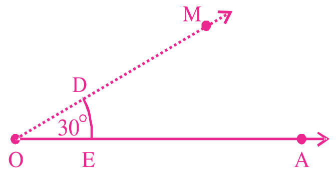
شعاع OM زاویہ $\angle AOB$ کو دو برابر حصوں میں کاٹے گی۔

$$m\angle AOM = m\angle BOM = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

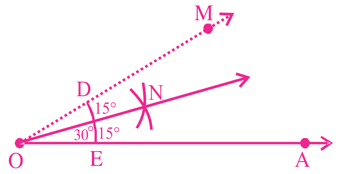
## ° 15 کازاویہ بنانا۔

°15 کازاویہ حاصل کرنے کے لیے ہم °30 کے زاویے کی تنصیف کرتے ہیں۔یعنی $\frac{\cancel{30}^{15}}{\cancel{2}} = 15°$




i- °30 کازاویہ بنائیں۔(دیے گئے طریقے کے مطابق)

ii- نقاط D اور E کومراکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں ایسے لگائیں کہ وہ ایک دوسرے کو نقطہ N پر قطع کریں۔




iii- ایک شعاع سے نقطہ O کو نقطہ N سے ملائیں۔شعاع $\overrightarrow{ON}$ زاویہ کو دو برابر حصوں میں کاٹے گی۔

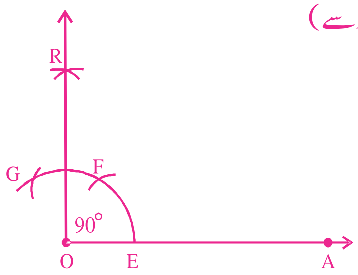
$$m\angle AON = m\angle MON = \frac{30°}{2} = 15°$$

## ° 90 کازاویہ بنانا۔

i- شعاع $\overrightarrow{OA}$ کھینچیں۔(پیمانے کی مدد سے)

ii- نقطہ O کومرکز مان کر پرکار کی مدد سے مناسب رداس کی قوس لگائیں۔یہ قوس شعاع $\overrightarrow{OA}$ کو کسی نقطہ E پر کاٹے گی۔

iii- اب نقطہ E کومرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں جو پچھلی قوس کو نقطہ F پر کاٹے گی۔(پرکار کی مدد سے)



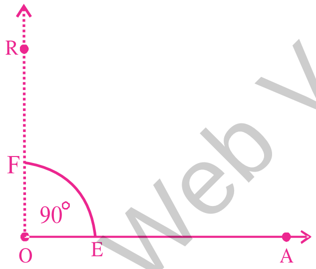

iv- نقطہ F کومرکز مان کر ایک اور قوس لگائیں جو اسی قوس کو نقطہ G پر کاٹے گی۔

v- اِسی رداس کی دو قوسیں نقاط F اور G کومرکز مان کر لگائیں۔یہ قوسیں ایک دوسرے کو کسی نقطہ R پر قطع کریں گے۔

vi- نقطہ O کو نقطہ R سے ایک شعاع سے ملائیں۔

$\angle AOR$ کازاویہ ہی مطلوبہ °90 کازاویہ ہے۔

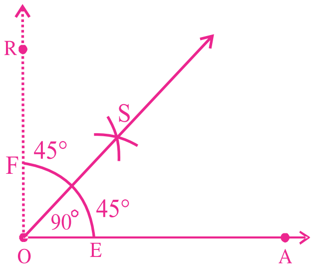
## ° 45 کازاویہ بنانا۔




°45 کازاویہ حاصل کرنے کے لیے ہم °90 کے زاویے کی تنصیف کرتے ہیں۔

i- °90 کازاویہ بنائیں۔(دیے گئے طریقے سے)

ii- نقطہ E اور نقطہ F کومرکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں۔یہ قوسیں ایک دوسرے کو کسی نقطہ S پر قطع کریں گی۔



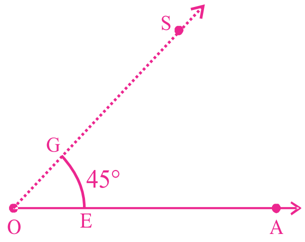

iii- نقطہ O کو نقطہ S سے ایک شعاع کی مدد سے ملائیں۔

شعاع $\overrightarrow{OS}$ زاویہ $\angle AOR$ کو دو برابر حصّوں میں کاٹے گی۔

$$m\angle AOS = m\angle SOR = \frac{90°}{2} = 45°$$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## $22\frac{1}{2}^\circ$ کا زاویہ بنانا۔

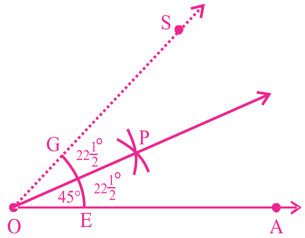



ہم °45 کے زاویے کی تنصیف کر کے $22\frac{1}{2}^\circ$ کا زاویہ بناتے ہیں۔

i- °45 کا زاویہ بنائیں۔(دیے گئے طریقے سے)

ii- نقاط E اور G کو مرکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ P پر کاٹیں گی۔

iii- نقطہ O کو نقطہ P سے ایک شعاع کی مدد سے ملائیں۔

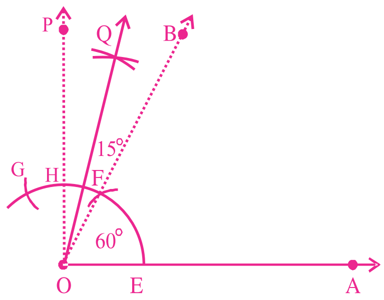



شعاع $\overrightarrow{OP}$ زاویہ AOS∠ کے دو برابر حصّوں میں کاٹے گی یعنی

$$m\angle AOP = m\angle POS = \frac{45^\circ}{2} = 22\frac{1}{2}^\circ$$

## °75 کا زاویہ بنانا۔

i- ایک شعاع $\overrightarrow{OA}$ کھینچیں۔




ii- نقطہ O کو مرکز مان کر مناسب رداس کی قوسیں لگائیں جو شعاع $\overrightarrow{OA}$ کو کسی نقطہ E پر کاٹے گی۔

iii- نقطہ E کو مرکز مان کر قوس لگائیں جو پچھلی قوس کو نقطہ F پر کاٹے جو °60 کا زاویہ بنائے گا۔

iv- نقطہ F کو مرکز مان کر دوبارہ قوس لگائیں جو اسی قوس کو نقطہ G پر دوبارہ کاٹے گی۔

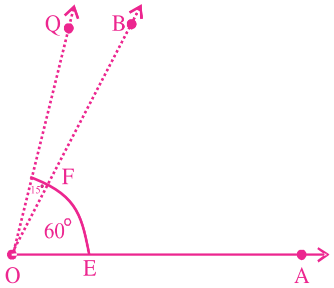
v- نقاط F اور G کو مرکز مان کر دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کرے گی۔

vi- شعاع $\overrightarrow{OP}$ کھینچیں جو °90 کا زاویہ بنائے گی۔یعنی $m\angle AOP = 90^\circ$

vii- نقاط F اور H کو مرکز مان کر دو قوسیں لگائیں جو نقطہ Q پر ایک دوسرے کو قطع کریں گی۔ یہ مطلوبہ °75 کا زاویہ ہے۔یعنی

$$m\angle AOQ = \angle AOB + \angle BOQ$$
$$= 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$$

## $67\frac{1}{2}^\circ$ کا زاویہ بنانا۔

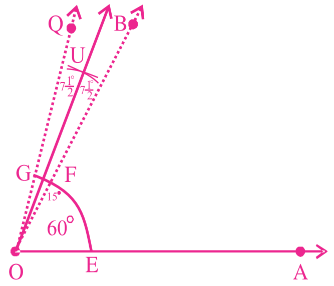



i- °60 کا زاویہ بنائیں اور اس سے ملحقہ °15 کا زاویہ بنائیں۔

(دیے گئے طریقے سے)

ii- نقاط F اور G کو مرکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں۔ یہ قوسیں ایک دوسرے کو نقطہ U پر قطع کریں گے۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale



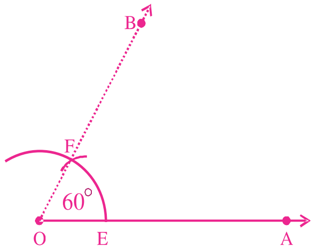

iii- نقطہ O کو نقطہ U سے شعاع کی مدد سے ملائیں۔

زاویہ $m\angle AOU$ مطلوبہ $67\frac{1}{2}^\circ$ کا زاویہ ہے۔یعنی

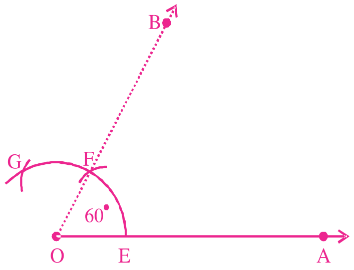
$$m\angle AOU = m\angle AOB + m\angle BOU$$

$$= 60^\circ + 7\frac{1}{2}^\circ = 67\frac{1}{2}^\circ$$

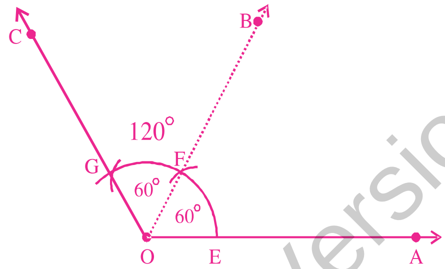
## 120° کا زاویہ بنانا۔




i- 60° کا زاویہ بنائیں۔(دیے گئے طریقے سے)




ii- اب $\angle AOB$ سے ملحقہ 60° کا زاویہ بنائیں۔ نقطہ F کو مرکز مان کر ایک اور قوس جو پچھلی قوس کو نقطہ G پر کاٹے گی لگائیں۔
(پرکار کی مدد سے)




iii- نقطہ G سے گزرتی ہوئی ایک شعاع OC کھینچیں۔ آپ کو زاویہ $\angle BOC=60^\circ$ حاصل ہوگا۔

دو ملحقہ زاویے $\angle AOB=60^\circ$ اور $\angle BOC=60^\circ$ سے $\angle AOC=120^\circ$ کا زاویہ حاصل ہوتا ہے۔

$$m\angle AOB + m\angle BOC = m\angle AOC$$

$$60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

پس $\angle AOC$ مطلوبہ 120° کا زاویہ ہے۔اس کو ہم پروٹریکٹر سے چیک کر سکتے ہیں۔

## 150° کا زاویہ بنانا۔

i- ایک شعاع OA کھینچیں۔(پیمانے کی مدد سے)

ii- نقطہ O کو مرکز مان کر پُرکار کی مدد سے مناسب رداس کی ایک قوس لگائیں۔یہ قوس شعاع OA کو کسی نقطہ E پر کاٹے گی۔

iii- اب نقطہ E کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں جو پچھلی قوس کو نقطہ F پر کاٹے گی۔

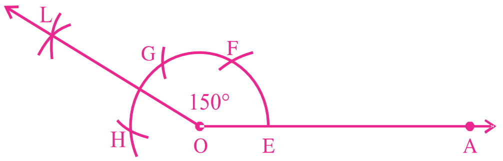
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

-iv اس بار نقطہ F کو مرکز مان کر اسی قوس کو نقطہ G پر کاٹیں۔

-v دوبارہ نقطہ G کو مرکز مان کر اسی قوس کو نقطہ H پر کاٹیں۔

-vi نقاط G اور H کو مراکز مان کر دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ L پر کاٹتی ہیں۔

-vii نقطہ O کو نقطہ L سے ایک شعاع کی مدد سے ملائیں۔



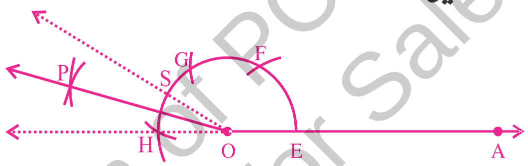

زاویہ AOL∠ مطلوبہ 150° کا زاویہ ہے۔ یعنی: $m\angle AOL = 150°$

- **165° کا زاویہ بنانا۔**

-i 150° کا زاویہ بنائیں۔ (دیے گئے طریقے سے)

-ii نقاط S اور H سے دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کریں گی۔

-iii نقطہ O کو نقطہ P سے ایک شعاع کی مدد سے ملائیں۔



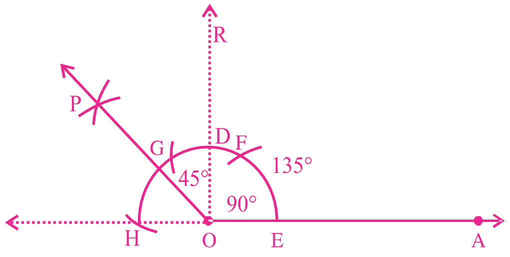

زاویہ AOP∠ مطلوبہ 165° کا زاویہ ہے۔

- **135° کا زاویہ بنانا۔**

-i 90° کا زاویہ بنائیں۔ (دیے گئے طریقے سے)

-ii نقاط D اور H کو مراکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں۔ یہ قوسیں ایک دوسرے کو نقطہ P پر قطع کریں گی۔

-iii نقطہ O کو نقطہ P سے ایک شعاع کی مدد سے ملائیں۔




زاویہ AOP∠ مطلوبہ 135° کا زاویہ ہے۔ یعنی: $m\angle AOP = 90° + 45° = 135°$

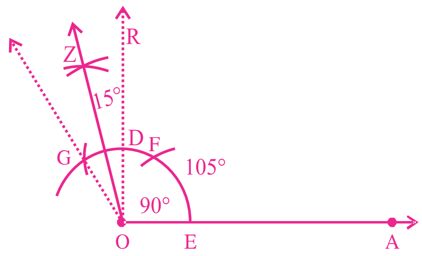
Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 105° کا زاویہ بنانا۔

-i 90° کا زاویہ بنائیں۔(دیے گئے طریقے سے)

-ii نقاط D اور G کو مرکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں۔ یہ قوسیں ایک دوسرے کو نقطہ Z پر قطع کریں گے۔

-iii نقطہ O کو نقطہ Z سے ایک شعاع کی مدد سے ملائیں۔ زاویہ AOZ∠ مطلوبہ 105° کا زاویہ ہے۔ یعنی $m\angle AOZ = 90° + 15° = 105°$




## مشق 10.3

**1** پرکار کی مدد سے دی گئی پیمائشوں کے مطابق متماثل زاویے بنایے۔

(i) $35^o$ (ii) $92^o$ (iii) $67^o$ (iv) $56^o$ (v) $118^o$

**2** پرکار کی مدد سے دیے گئے زاویوں سے دوگنا پیمائش کے زاویے بنایے۔

(i) $40^o$ (ii) $75^o$ (iii) $105^o$ (iv) $89^o$ (v) $132^o$

**3** پروٹریکٹر کی مدد سے دیے گئے زاویوں کو بنایے اور پرکار کی مدد سے تنصیف کیجیے۔

(i) $45^o$ (ii) $120^o$ (iii) $98^o$ (iv) $76^o$ (v) $109^o$

**4** پروٹریکٹر کی مدد سے نیچے دیے گئے زاویے بنائیے اور چار برابر زاویوں میں تقسیم کیجیے۔

(i) $60^o$ (ii) $90^o$ (iii) $180^o$ (iv) $88^o$ (v) $140^o$

**5** پرکار کی مدد سے نیچے دیے گئے زاویے بنایے۔

(i) $15^o$ (ii) $(22\frac{1}{2})^o$ (iii) $(67\frac{1}{2})^o$ (iv) $165^o$ (v) $135^o$

## 10.3 مثلث بنانا

ہم جانتے ہیں کہ ایک مثلث کے چھ عناصر ہوتے ہیں، 3 اضلاع اور 3 زاویے۔ کسی مثلث کو بنانے میں ہمیں ان تمام کے تمام چھ عناصر کی ضرورت نہیں ہوتی۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 10.3.1 مثلث بنانا جبکہ تین اضلاع کی لمبائی معلوم ہو

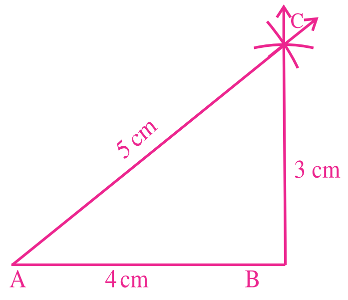
مثال: $\Delta ABC$ بنایے اگر $m\overline{AB} = 4cm$, $m\overline{BC} = 3cm$ اور $mAC = 5cm$ ہو۔

حل: i- 4cm لمبا قطعہ خط AB کھینچیں۔ (پیمانے کی مدد سے)

ii- نقطہ A کو مرکز مان کر 5cm رداس کی ایک قوس لگائیں۔ (پُرکار کی مدد سے)

iii- اب نقطہ B کو مرکز مان کر 3cm رداس کی ایک اور قوس لگائیں۔ (یہ قوس پچھلی قوس کو کسی نقطہ پر کاٹے گی۔ دو قوسین کو باہم قطع کرنے والے نقطہ پر C لکھیں۔)

iv- آخر میں نقطہ C کو نقطہ A سے اور پھر نقطہ C کو نقطہ B سے ملائیں۔ $\Delta ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔




## مشق 10.4

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**1** اگر ممکن ہو تو مثلث بنائیں۔

(i) $m\overline{XY} = 5$ cm , $m\overline{YZ} = 8$ cm , $m\overline{ZX} = 2$ cm

(ii) $m\overline{AB} = 6$ cm , $m\overline{BC} = 4$ cm , $m\overline{AC} = 2$ cm

(iii) $m\overline{BC} = 9$ cm , $m\overline{AC} = 12$ cm , $m\overline{AB} = 6$ cm

(iv) $m\overline{LM} = 6.3$ cm , $m\overline{MN} = 4.1$ cm , $m\overline{LN} = 2.2$ cm

(v) $m\overline{PQ} = 4.8$ cm , $m\overline{QR} = 3.2$ cm , $m\overline{RP} = 5.9$ cm

**2** نیچے دی گئی مثلثیں بنائیں۔

(i) $m\overline{AB} = 6$ cm , $m\overline{BC} = 5$ cm , $m\overline{AC} = 4$ cm

(ii) $m\overline{PQ} = 10$ cm , $m\overline{QR} = 7$ cm , $m\overline{PR} = 4$ cm

(iii) $m\overline{DE} = 8$ cm , $m\overline{EF} = 9$ cm , $m\overline{DF} = 7$ cm

(iv) $m\overline{XY} = 4.5$ cm , $m\overline{YZ} = 5.5$ cm , $m\overline{ZX} = 8$ cm

(v) $m\overline{LM} = 8.8$ cm , $m\overline{MN} = 6.6$ cm , $m\overline{NL} = 4.4$ cm

## 10.3.2 مثلث بنانا جبکہ دو اضلاع کی لمبائیاں اور ان کے درمیانی زاویہ کی مقدار معلوم ہو

جب دو اضلاع کی لمبائیاں اور ان کے درمیانی زاویہ کی مقدار معلوم ہو تو ہم مثلث بنا سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

مثال: $\Delta XYZ$ بنائیں اگر $m\overline{XY} = 5cm$ ، $m\overline{XZ} = 3cm$ اور $m\angle YXZ = 75°$ ہو۔

حل:

(i) 5cm لمبا خط جس کے آخری نقاط X اور Y ہوں۔ (پیمانے کی مدد سے)

(ii) نقطہ X پر 75° کا زاویہ بنائیں۔ یعنی $m\angle YXZ = 75°$

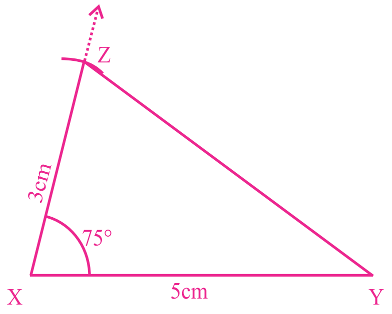
(پروٹریکٹر کی مدد سے 75° کا زاویہ بنائیں جس سے ایک آرم حاصل ہو گی۔)

(iii) نقطہ X پر 3cm رداس کی قوس لگائیں۔

(اِس قوس کو پرکار سے لگائیں جو حاصل ہوئی آرم کو نقطہ Z پر کاٹے گی)

(ii) آخر میں نقطہ Z اور نقطہ Y کو آپس میں ملائیں۔

$\Delta XYZ$ مطلوبہ مثلث ہے۔




## مشق 10.5

**1** پروٹریکٹر، پرکار اور پیمانے کی مدد سے نیچے دی گئی مثلثیں بنایئے۔

(i) $m\overline{AB} = 5$ cm , $m\overline{BC} = 7$ cm , $m\angle ABC = 60°$

(ii) $m\overline{PQ} = 8.4$ cm , $m\overline{PR} = 3.6$ cm , $m\angle QPR = 120°$

(iii) $m\overline{OA} = 8.0$ cm , $m\overline{OB} = 6$ cm , $m\angle AOB = 90°$

(iv) $m\overline{LM} = 9$ cm , $m\overline{LN} = 6.5$ cm , $m\angle MLN = 150°$

(v) $m\overline{XY} = 5.5$ cm , $m\overline{YZ} = 6.6$ cm , $m\angle XYZ = 45°$

(vi) $m\overline{LM} = 6.2$ cm , $m\overline{MN} = 4.9$ cm , $m\angle LMN = 40°$

(vii) $m\overline{AB} = 7.7$ cm , $m\overline{BC} = 6.6$ cm , $m\angle ABC = 70°$

(viii) $m\overline{PQ} = 9.2$ cm , $m\overline{PR} = 8$ cm, , $m\angle QPR = 115°$

**2** مساوی الساقین مثلثیں بنایئے۔

(i) $m\overline{OA} = 5.5$ cm , $m\angle AOB = 30°$ (ii) $m\overline{YX} = 6.3$ cm , $m\angle XYZ = 75°$

(iii) $m\overline{AB} = 8.3$ cm , $m\angle BAC = 85°$

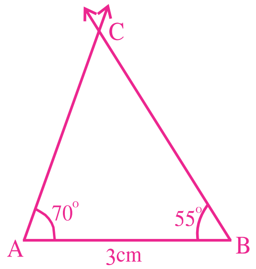
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 10.3.3 مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں کی مقداریں اور ان کے درمیانی ضلع کی لمبائی معلوم ہو

جب دو زاویوں کی مقداریں اور ان کے درمیانی ضلع (دو زاویوں کا اساس) کی لمبائی دی گئی ہو تو مثلث بنائی جاسکتی ہے۔

مثال: مثلث بنایے جبکہ $\overline{AB} = 3cm, \angle A = 70^\circ, \angle B = 55^\circ$ ہو۔

حل:




(i) 3cm لمبا قطعہ خط AB کھینچیں۔ (پیمانے سے)

(ii) نقطہ A پر 70° کا $\angle A$ زاویہ بنائیں۔ (پروٹریکٹر استعمال کریں)

(iii) نقطہ B پر 55° کا $\angle A$ زاویہ بنائیں۔ (پروٹریکٹر استعمال کریں)

(iv) یہ دو زاویوں سے دو آرمز حاصل ہوں گی، جو ایک دوسرے کو کسی نقطہ C پر قطع کریں گی۔

$\Delta ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

### مشق 10.6

1. $\Delta XYZ$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{XY} = 5$ cm (ii) $m\angle X = 60^\circ$ (iii) $m\angle Y = 30^\circ$

2. $\Delta ABC$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{BC} = 7$ cm (ii) $m\angle B = 45^\circ$ (iii) $m\angle C = 90^\circ$

3. $\Delta PQR$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{PQ} = 6.8$ cm (ii) $m\angle P = 120^\circ$ (iii) $m\angle Q = 45^\circ$

4. $\Delta ABC$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{AB} = 4.9$ cm (ii) $m\angle A = 90^\circ$ (iii) $m\angle B = 60^\circ$

5. $\Delta LMN$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{LM} = 6$ cm (ii) $m\angle L = 50^\circ$ (iii) $m\angle M = 60^\circ$

6. $\Delta RST$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{RS} = 5.7$ cm (ii) $m\angle R = 45^\circ$ (iii) $m\angle S = 75^\circ$

7. $\Delta AOB$ بنایے۔ اگر:

(i) $m\overline{OA} = 4.5$ cm (ii) $m\angle O = 90^\circ$ (iii) $m\angle A = 30^\circ$

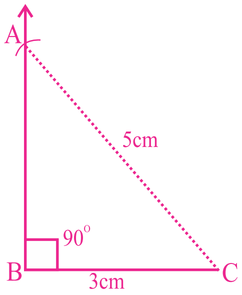
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 10.3.4 قائمۃ الزاویہ مثلث بنانا

ہم جانتے ہیں کہ قائمۃ الزاویہ مثلث ایسی مثلث ہوتی ہے جس کے زاویوں میں سے کوئی ایک زاویہ $90^\circ$ کا ہوتا ہے۔ اگر ہمیں اس کے وتر اور ایک ضلع (قاعدہ یا ارتفاع) کی لمبائیاں معلوم ہوں تو ہم یہ مثلث بنا سکتے ہیں۔

مثال: قائمۃ الزاویہ مثلث ΔABC بنائیے اگر وتر = 5cm اور قاعدہ = 3cm ہو۔

حل:




(i) 3cm لمبا قطعہ خط $\overline{BC}$ کھینچیں۔ (پیمانے سے)

(ii) نقطہ B پر $90^\circ$ کا زاویہ بنائیں جس سے مثلث کا ارتفاع حاصل ہوگا۔ (پروٹریکٹر یا پرکار کی مدد سے)

(iii) نقطہ C سے 5cm رداس کی قوس لگائیں۔ (پُرکار کی مدد سے یہ قوس نقطہ A پر ارتفاع کو قطع کرے گی۔)

(iv) نقطہ A اور نقطہ C کو ملائیں۔

ΔABC مطلوبہ مثلث ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 10.7

**1** نیچے دی گئی قائمۃ الزاویہ مثلثیں بنایئے۔

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| -i | وتر | = | 8cm | ، | قاعدہ = | 4cm |
| -ii | وتر | = | 9cm | ، | قاعدہ = | 6cm |
| -iii | وتر | = | 5cm | ، | ارتفاع = | 4cm |
| -iv | وتر | = | 7.5cm | ، | قاعدہ = | 4.5cm |
| -v | وتر | = | 6.5cm | ، | ارتفاع = | 3.5cm |
| -vi | وتر | = | 8.2cm | ، | ارتفاع = | 5.8cm |

## خلاصہ

- جیومیٹری ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے جس میں نقاط، خطوط، سطحات اور ٹھوس کے بارے میں علم حاصل کیا جاتا ہے۔
- قطعہ خط کسی خط کا ہی حصہ ہوتا ہے جس کے دو سرے ہوتے ہیں۔
- قطعہ خط کی تنصیف کا مطلب قطعہ خط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہوتا ہے۔

- عمودی ناصف کوئی خط، شعاع یا قطعہ خط ہوسکتا ہے جو کسی قطعہ خط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔
- کسی خط کا عمودی ناصف ہمیشہ اس کے ساتھ قائمۃ الزاویہ بناتا ہوا گزرتا ہے جس کو پروٹریکٹر کی مدد سے چیک کیا جاسکتا ہے۔
- ایک ہی پیمائش کے دو زاویے متماثل زاویے کہلاتے ہیں۔
- زاویے کے پیمائش کی اکائی ڈگری ہے جس کو "°" سے ظاہر کرتے ہیں۔
- تین اضلاع کی مدد سے مثلث بنانے کے لیے کوئی سے بھی دو اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ تیسرے ضلع کی لمبائی سے زیادہ ہونا چاہیے۔
- کسی مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ ہمیشہ 180° ہوتا ہے۔
- اگر کسی قائمۃ الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہو تو قائمۃ الزاویہ مثلث بنائی جاسکتی ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# نظرثانی مشق 10

1. دو قطعاتِ خط AB اور CD بالترتیب 4.5cm اور 3.2cm لمبائی کے کھینچیں اور پھر ایک قطعہ خط جو دونوں لمبائیوں کا مجموعہ ہو کھینچیں۔
2. دو قطعاتِ خط AB اور CD بالترتیب 7cm اور 2.8cm لمبائی کے کھینچیں اور پھر ایک قطعہ خط جو دونوں لمبائیوں کا فرق ہو کھینچیں۔
3. 6cm لمبائی کا قطعہ خط PQ کھینچیں۔ پھر اس پر کوئی نقطہ R لیں اور اس سے گزرتا ہوا عمود کھینچیں۔
4. 5cm لمبائی کا قطعہ خط LM کھینچیں۔ پھر اسے باہر نقطہ N لے کر اس سے گزرتا ہوا عمود کھینچیں۔
5. پرکار کی مدد سے نیچے دیے گئے زاویے بنائیے اور تنصیف کیجیے۔

(i) 60°  (ii) 90°  (iii) 45°

6. نیچے دی گئی مثلثیں بنایے۔

| | | | |
|---|---|---|---|
| (i) | $m\overline{AB} = 5cm$ | $m\overline{BO} = 4cm$ | $m\overline{AO} = 3cm$ |
| (ii) | $m\overline{XY} = 6.2cm$ | $m\overline{YZ} = 5.8cm$ | $m\overline{ZX} = 7cm$ |
| (iii) | $m\overline{PQ} = 7cm$ | $m\overline{QR} = 5cm$ | $m\angle Q = 60^\circ$ |
| (iv) | $m\overline{LM} = 4.2cm$ | $m\overline{MN} = 6.4cm$ | $m\angle M = 75^\circ$ |
| (v) | $m\overline{AB} = 7.2cm$ | $m\angle A = 65^\circ$ | $m\angle B = 35^\circ$ |

# معروضی مشق 10

**1** درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

i- لفظ جیومیٹری کا مطلب لکھیے۔

ii- کسی خط کے عمودی ناصف سے کیا مراد ہوتا ہے؟

iii- متماثل زاویے کیا ہوتے ہیں؟

iv- کسی مثلث کو بنانے کے لیے کتنے عناصر کی ضرورت ہوتی ہے؟

v- قطعہ خط کی تعریف کریں۔

**2** خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

i- ...................... کسی خط کا ہی حصہ ہوتا ہے جس کے دو واضح نقاط ہوتے ہیں۔

ii- کسی زاویے کی پیائش کی اکائی ...................... کہلاتی ہے۔

iii- سیدھے خط کے زاویے کی پیائش ...................... ہوتی ہے۔

iv- تین عناصر سے مثلث بنائی جاسکتی ہے مگر ان میں ایک عنصر ...................... ہونا چاہیے۔

**3** دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگایئے۔

i- قطعہ خط AB میں اس کا عمودی ناصف گزرتا ہے اس کے:

(a) نقطہ A سے (b) نقطہ B سے (c) درمیان سے (d) نہیں گزرتا

ii- تنصیف کا مطلب ہوتا ہے۔ حصوں میں تقسیم کرنا:

(a) ایک (b) دو (c) تین (d) چار

iii- عمودی ناصف کسی خط کو اِس زاویے پر قطع کرتا ہے:

(a) 60° (b) 45° (c) 90° (d) 180°

iv- کسی مثلث کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ ہوتا ہے:

(a) 90° (b) 180° (c) 240° (d) 360°

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

یونٹ
11

# احاطہ اور رقبہ

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

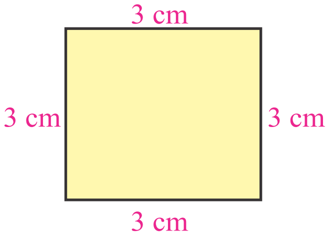
- مربع اور مستطیل کا احاطہ اور رقبہ معلوم کر پائیں۔
- مربع اور مستطیل کے گرد (اندرونی اور بیرونی) بارڈر کا رقبہ معلوم کر پائیں۔
- مربع اور مستطیل سے متعلق احاطہ اور رقبہ کے عبارتی سوالات حل کر پائیں۔
- جیومیٹری اشکال میں ارتفاع کو قاعدہ سے اُونچائی کی حد تک کے مختصر ترین فاصلے کے طور پر پہچانیں۔
- متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کریں جبکہ ارتفاع اور قاعدہ دیا گیا ہو۔
- ذوزنقہ کی تعریف کریں اور اِس کا رقبہ معلوم کریں جبکہ اِس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں۔
- مثلث کا رقبہ معلوم کریں جبکہ اِس کا ارتفاع اور قاعدہ دیا گیا ہو۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 11.1 احاطہ اور رقبہ

اگر آپ سے پوچھا جائے کہ آپ کے کمرہ جماعت میں کون سی چیز زیادہ بڑی ہے، تختہ سیاہ یا وال کلاک۔ ظاہر ہے آپ کا جواب تختہ سیاہ ہوگا۔ کیونکہ آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ تختہ سیاہ دیوار پر وال کلاک کی نسبت زیادہ جگہ گھیرتا ہے۔ پس رقبہ کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے: **اُس علاقہ کی پیمائش جو کوئی شے گھیرتی ہے رقبہ کہلاتی ہے اور اِس کی حدود کی پیمائش احاطہ کہلاتی ہے۔**

### 11.1.1 مربع کا احاطہ اور رقبہ




ہم جانتے ہیں کہ دی گئی شکل مربع ہے جس کے برابر لمبائیوں والے چار ضلع ہیں۔ اگر ہم اِن اضلاع کی چار لمبائیوں کو جمع کریں تو ہمیں اِس کا احاطہ معلوم ہو جاتا ہے۔

مربع کا احاطہ = 3cm+3cm+3cm+3cm

= 4×3cm = 12cm

اِسی طرح دیے گئے مربع کے رقبہ کو اُس کی لمبائی اور چوڑائی کے حاصل ضرب سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

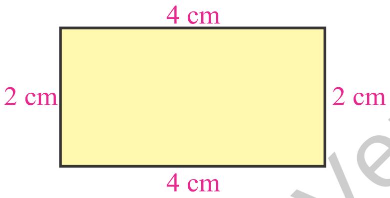
مربع کا رقبہ = 3cm × 3cm

= $9 cm^2$

مندرجہ بالا مثال سے ہم کسی مربع کے احاطہ اور رقبہ معلوم کرنے کے فارمولے اخذ کر سکتے ہیں۔

**مربع کا احاطہ = 4 × لمبائی**  **مربع کا رقبہ = لمبائی × لمبائی**

### 11.1.2 مستطیل کا احاطہ اور رقبہ




دی گئی مستطیل کا احاطہ اُس کے چاروں اضلاع کی لمبائیوں کو جمع کرنے سے حاصل ہوسکتا ہے۔

مستطیل کا احاطہ = 2 cm + 4 cm + 2 cm + 4 cm

= 4 cm + 4 cm + 2 cm + 2 cm

= 8 cm + 4 cm = 12 cm

اِسی طرح اِس کی لمبائی اور چوڑائی کو آپس میں ضرب دے کر مستطیل کا رقبہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

مستطیل کا رقبہ = 2 cm × 4 cm = $8 cm^2$

پس کسی مستطیل احاطہ اور رقبہ معلوم کرنے کے فارمولے ہیں۔ **مستطیل کا احاطہ = (لمبائی+چوڑائی)×2 ، مستطیل کا رقبہ = لمبائی×چوڑائی**

مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اس کی لمبائی اور چوڑائی کی اکائی ایک ہی ہونی چاہیے۔

**مثال 1: ایک مستطیلی میدان کا رقبہ معلوم کیجیے جس کی لمبائی 54 میٹر اور چوڑائی 32 میٹر ہے۔**

**حل:** میدان کی لمبائی = 54 میٹر ، میدان کی چوڑائی = 32 میٹر

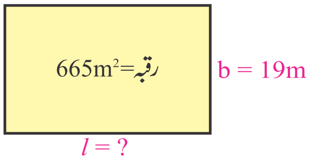
میدان کا رقبہ = ؟

میدان کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 54m × 32m = $1728m^2$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

مثال 2: مستطیلی پارک کی لمبائی معلوم کیجیے جس کی چوڑائی 19 میٹر اور رقبہ 665 مربع میٹر ہے۔



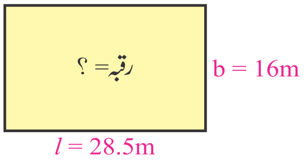

حل: پارک کی چوڑائی = 19 میٹر ، پارک کا رقبہ = 665 مربع میٹر

پارک کی لمبائی = ؟

رقبہ = لمبائی × چوڑائی یا لمبائی = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{چوڑائی}}$

$$\frac{665m^2}{19m} = 35m$$

مثال 3: ایک تالاب 28.5m لمبا اور 16m چوڑا ہے۔ تالاب کے فرش پر $110/m^2$ روپے (110 روپے فی مربع میٹر) کے حساب سے سیمنٹ لگانے کا خرچ اور تالاب کے اردگرد 95/m روپے کے حساب سے جنگلہ لگانے کا خرچ معلوم کریں۔




حل: تالاب کی لمبائی = 28.5m ، تالاب کی چوڑائی = 16m

سیمنٹ لگانے کا خرچ = ؟ جنگلہ لگانے کا خرچ = ؟

رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= $28.5m \times 16m = 456m^2$

$1m^2$ سیمنٹ لگانے کا خرچ = 110 روپے

$456m^2$ سیمنٹ لگانے کا خرچ = $(110 \times 456)$ روپے = 50,160 روپے

احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی)

= $2\,(28.5m + 16m)$

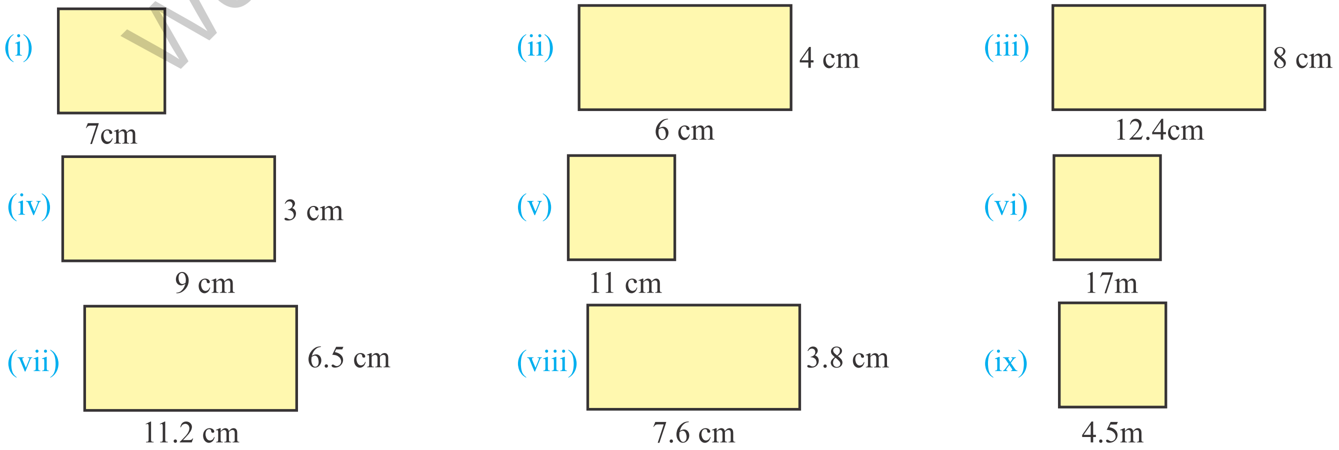
= $2\,(44.5m) = 89m$

1m جنگلہ لگانے کا خرچ = 95 روپے

89m جنگلہ لگانے کا خرچ = $(95 \times 89)$ روپے = 8455 روپے

## مشق 11.1

**1** نیچے دیے گئے ہر مربع اور مستطیل کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔




Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

2 ایک مستطیلی پارک کی لمبائی معلوم کیجیے جس کی چوڑائی 15m اور رقبہ $675m^2$ ہے۔

3 ایک مربع نما باغ کا احاطہ 12km ہے۔ رقبہ معلوم کیجیے۔

4 سوئمنگ پول کی چوڑائی معلوم کیجیے جبکہ اُس کی لمبائی 18m اور رقبہ $198m^2$ ہے۔

5 ایک مربع نما باغ کا رقبہ اور احاطہ معلوم کیجیے جس کی لمبائی 21m ہے۔

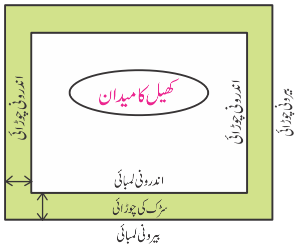
6 ایک مربع نما کمرے کا احاطہ 36m ہے۔ اِس کمرے میں ٹائلیں لگانے کا خرچ بحساب $182.50/m^2$ معلوم کیجیے۔

7 کھیل کے میدان کو برابر کرنے کا خرچ بحساب $150/m^2$ روپے معلوم کیجیے جس کی لمبائی 33m اور چوڑائی 22m ہے۔ کھیل کے میدان کے گرد جنگلہ لگانے کا خرچ بحساب 100/m روپے بھی معلوم کیجیے۔

8 ایک مربع نما کھیت کے کنارے کی لمبائی 48m ہے۔ کھیت میں ہل چلانے کا خرچ بحساب $25/m^2$ روپے اور باڑ لگانے کا خرچ بحساب 18/m روپے معلوم کیجیے۔

9 ایک باغ 45m لمبا اور 30m چوڑا ہے۔ باغ کی مرمت کا خرچ بحساب $50/m^2$ روپے اور اِس کے گرد دیوار بنانے کا خرچ بحساب $425/m^2$ روپے معلوم کیجیے۔

## 11.1.3 مستطیل کے بارڈر کا رقبہ




فرض کریں ایک مستطیلی شکل کا میدان ہے جس کے اردگرد دی گئی شکل کے مطابق ایک سڑک ہے۔ اِس سڑک کا رقبہ چھوٹی مستطیل (سڑک کے بغیر رقبہ) کو بڑی مستطیل کے رقبہ (سڑک سمیت رقبہ) سے تفریق کرنے سے حاصل ہوسکتا ہے جیسا کہ دی گئی شکل میں دکھایا گیا ہے۔

چھوٹی مستطیل کا رقبہ – بڑی مستطیل کا رقبہ = سڑک کا رقبہ

ہم اِس کو یوں لکھ سکتے ہیں:

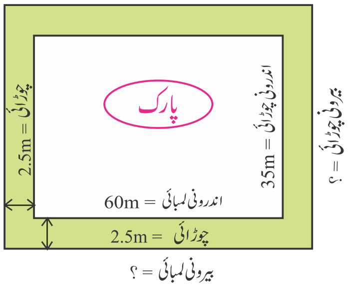
(اندرونی چوڑائی × اندرونی لمبائی) – (بیرونی چوڑائی × بیرونی لمبائی) = رقبہ

اُوپر دی گئی شکل سے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ اگر ہمیں ایک مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی اور کھیل کے میدان کے اردگرد کی سڑک یا بارڈر کی چوڑائی معلوم ہو تو دوسری مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی بھی معلوم کی جاسکتی ہے۔

(سڑک کی چوڑائی) 2 + چھوٹی مستطیل کی لمبائی = بڑی مستطیل کی لمبائی

(سڑک کی چوڑائی) 2 + چھوٹی مستطیل کی چوڑائی = بڑی مستطیل کی چوڑائی

مثال: بچوں کا ایک پارک 35m چوڑا اور 60m لمبا ہے اور اِس کی بیرونی طرف 2.5m چوڑی سڑک ہے۔ سڑک کی مرمت کا خرچ بحساب $80m^2$ روپے معلوم کیجیے۔




حل:

پارک کی لمبائی = 60m ، پارک کی چوڑائی = 35m

سڑک کی چوڑائی = 2.5m

سڑک کا رقبہ = ؟　　مرمت کا خرچ = ؟

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

(a) (اندرونی چوڑائی × اندرونی لمبائی) = بچوں کے پارک کا رقبہ (سڑک کے بغیر)

$= 60\text{ m} \times 35\text{ m} = 2100\text{ m}^2$

(b) (بیرونی لمبائی × بیرونی چوڑائی) = بچوں کے پارک کا رقبہ (سڑک سمیت)

پہلے ہم بیرونی لمبائی اور چوڑائی معلوم کرتے ہیں۔

سڑک کی چوڑائی کا دوگنا + اندرونی چوڑائی = بیرونی چوڑائی

$= 35\text{ m} + 2\times2.5\text{ m}$

$= 35 + 5\text{ m} = 40\text{ m}$

سڑک کی چوڑائی کا دوگنا + اندرونی لمبائی = بیرونی لمبائی

$= 60\text{ m} + 2 \times 2.5\text{ m}$

$= 60\text{ m} + 5\text{m} = 65\text{ m}$

بچوں کے پارک کا رقبہ (سڑک کے سمیت) $= 2600\text{ m}^2 = 40\text{ m} \times 65\text{ m}$

اب ہم سڑک کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

[چھوٹی مستطیل کا رقبہ] – [بڑی مستطیل کا رقبہ] = سڑک کا رقبہ

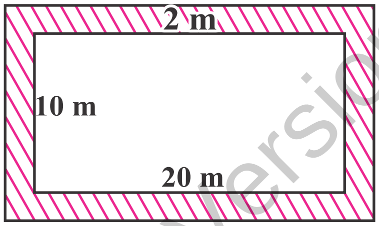
$2600\text{ m}^2 - 2100\text{ m}^2 = 500\text{ m}^2$

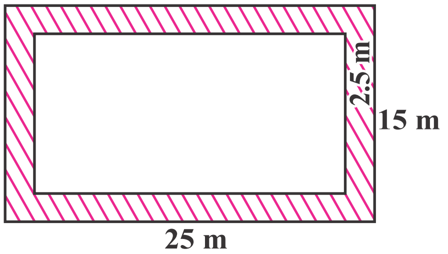
$1\text{m}^2$ کی مرمت کا خرچ = 80 روپے

$500\text{m}^2$ کی مرمت کا خرچ = 80×500 روپے = 40,000 روپے

## مشق 11.2

1. نیچے دی گئی اشکال میں بارڈر (رنگ دار) کا رقبہ معلوم کیجیے۔




2. درج ذیل بارڈر کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) اندرونی لمبائی = 100m ، اندرونی چوڑائی = 50m ، بارڈر کی چوڑائی = 2m

(ii) اندرونی لمبائی = 120m ، اندرونی چوڑائی = 70m ، بارڈر کی چوڑائی = 3m

(iii) بیرونی لمبائی = 80m ، بیرونی چوڑائی = 45m ، بارڈر کی چوڑائی = 4m

(iv) بیرونی لمبائی = 96m ، بیرونی چوڑائی = 50m ، بارڈر کی چوڑائی = 3.5m

3. پارک کے اندرونی طرف 4m چوڑائی والے دوڑ کے ٹریک کا رقبہ معلوم کیجیے جب کہ پارک کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 150m اور 80m ہے۔

4. ایک کمرہ 8m لمبا اور 5m چوڑا ہے۔ کمرے کے ارد گرد موجود 1.5 میٹر چوڑے برآمدے میں لگنے والی فرش کی ٹائلوں کا خرچ بحساب $40/\text{m}^2$ روپے معلوم کیجیے۔

5. ایک 125m لمبے اور 60m چوڑے باغ کے ارد گرد 3m چوڑی سڑک ہے۔ سڑک کی مرمت کا خرچ بحساب $150/\text{m}^2$ روپے معلوم کیجیے۔

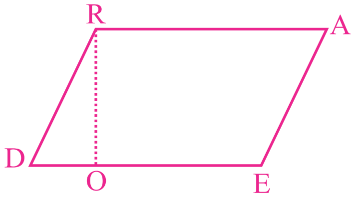
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## 11.1.4 متوازی الاضلاع

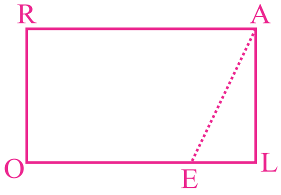
چار اضلاع پر مشتمل ایسی شکل جس کے متقابلہ اضلاع باہم متوازی اور متماثل ہوں متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔

کسی متوازی الاضلاع میں اگر ہم کسی نقطہ سے متقابلہ ضلع پر عمود گرائیں تو اِسے ارتفاع اور متقابلہ ضلع کو قاعدہ کہتے ہیں۔

### متوازی الاضلاع کا رقبہ




متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہم ایک متوازیِ الاضلاع DEAR لیتے ہیں اور اس کے نقطہ R سے اِس کے متقابلہ ضلع $\overline{DE}$ پر عمود گراتے ہیں۔ ہمیں ایک مثلث ROD حاصل ہوتی ہے جیسا کہ دی گئی شکل میں دکھایا گیا ہے۔




اب ہم مثلث $\Delta$ROD کو کاٹ کر ضلع $\overline{AE}$ کے ساتھ دی گئی شکل (2) کے مطابق جوڑ دیتے ہیں۔ ہمیں متوازی الاضلاع DEAR سے ایک مستطیل ROLA حاصل ہوتی ہے۔

اِس کا مطلب ہوا متوازی الاضلاع اور مستطیل کا رقبہ ایک ہی ہے اور مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے استعمال ہونے والا فارمولا متوازی الاضلاع کے لیے بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

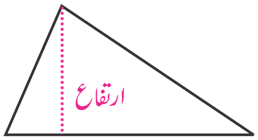
پس،

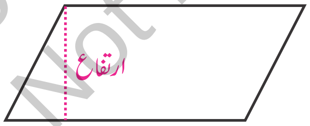
مستطیل کا رقبہ = متوازی الاضلاع کا رقبہ

لمبائی × چوڑائی = ارتفاع × قاعدہ

### جیومیٹری کی اشکال کا ارتفاع

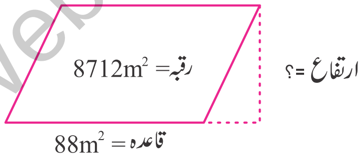
کسی جیومیٹری کی شکل کا ارتفاع اُس شکل کے کسی کونے سے متقابلہ ضلع تک کا مختصر ترین فاصلہ ہوتا ہے۔ جیسا کہ نیچے دِکھایا گیا ہے۔



مثال: متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کریں جبکہ اِس کا ارتفاع 88m اور رقبہ $8712m^2$ ہے۔

حل:




متوازی الاضلاع کا رقبہ = ارتفاع × قاعدہ

$$\text{قاعدہ} = \frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}} = \frac{\overset{99m}{\cancel{8712m^2}}}{\cancel{88m}} = 99m$$

## مشق 11.3

1. متوازی الاضلاع شکل کے ایک تالاب کا رقبہ معلوم کریں جس کا قاعدہ 17m اور ارتفاع 9m ہے۔
2. ایک متوازی الاضلاع ہال کا ارتفاع معلوم کریں جبکہ اس کا قاعدہ 12m اور رقبہ $216m^2$ ہے۔
3. متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کریں جس کا قاعدہ 75m اور ارتفاع 50m ہے۔
4. متوازی الاضلاع کا ارتفاع معلوم کریں جس کا قاعدہ 27m اور رقبہ $405m^2$ ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

5 متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کریں جس کا ارتفاع 16m اور رقبہ $560m^2$ ہے۔

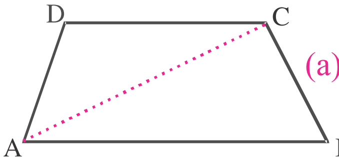
6 200m قاعدہ اور 140m ارتفاع کے پلاٹ کو ہموار کرنے کا خرچ $4.50/m^2$ روپے کے حساب سے معلوم کریں۔

7 متوازی الاضلاع شکل کے ایک کھیت کو جوتنے کا خرچ بحساب $6/m^2$ روپے معلوم کریں جس کا قاعدہ 175m اور ارتفاع 125m ہے۔

8 ایک متوازی الاضلاع فرش کا ارتفاع 25.8m اور قاعدہ 36.5m ہے۔ اِس فرش پر استعمال کی گئی ٹائیلوں کا خرچ بحساب $460/m^2$ روپے معلوم کریں۔

## 11.1.5 ذوزنقہ کا رقبہ

ذوزنقہ ایک ایسی چوکور ہوتی ہے جس کے دو اضلاع ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔ ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہم ایک ذوزنقہ ABCD لیتے ہیں جس کے متوازی اضلاع AB اور CD ہیں جیسا کہ شکل (a) میں دِکھایا گیا ہے۔

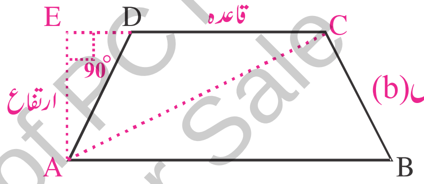



شکل (a)

اب نقطہ A کو نقطہ C سے اِس طرح ملائیں کہ یہ ذوزنقہ ABCD کو دو مثلثوں ΔACD اور ΔABC میں تقسیم کر دے۔ اب ہم اِن دو مثلثوں کا رقبہ معلوم کر کے دی گئی ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

ذوزنقہ ABCD کا رقبہ = ΔACD کا رقبہ + ΔABC کا رقبہ

ΔACD کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے نقطہ A سے عمود گرائیں اور خط CD کو اِس طرح بڑا کریں کہ دونوں خطوط کسی نقطہ E پر مل جائیں جیسا کہ شکل (b) میں دِکھایا گیا ہے۔

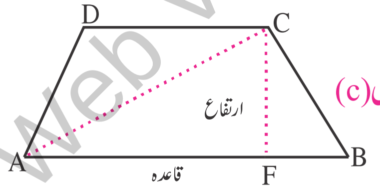



شکل (b)

ہماری پچھلی جماعت میں ہم مثلث کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولہ سیکھ چکے ہیں۔ یہاں ہم وہی فارمولا استعمال کرتے ہیں۔

ΔACD کا رقبہ $= \frac{1}{2}(\text{قاعدہ}\times\text{ارتفاع}) = \frac{1}{2}(\overline{CD}\times\overline{AE})$

اِسی طرح ہم ΔABC کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے نقطہ C سے ایک عمود گراتے ہیں جو قطعہ خط $\overline{AB}$ کو نقطہ F پر ملتا ہے جو شکل (c) میں دِیا گیا ہے۔




شکل (c)

لہٰذا: ΔABC کا رقبہ $= \frac{1}{2}(\text{ارتفاع}\times\text{قاعدہ}) = \frac{1}{2}(\overline{AB}\times\overline{CF})$

ہم جانتے ہیں کہ

ذوزنقہ ABCD کا رقبہ = ΔABC کا رقبہ + ΔACD کا رقبہ

$$= \frac{1}{2}(\overline{AB}\times\overline{CF}) + \frac{1}{2}(\overline{CD}\times\overline{AE})$$

لیکن شکل (b) اور شکل (c) سے ہم یہ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ:

$$m\overline{AE} = m\overline{CF}$$

لہٰذا: ذوزنقہ ABCD کا رقبہ $= \frac{1}{2}(\overline{AB}\times\overline{CF}) + \frac{1}{2}(\overline{CD}\times\overline{CF})$

$$= \frac{1}{2}\overline{CF}(\overline{CD}+\overline{AB})$$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

جس میں $m\overline{AE}$ = درمیانی عمودی فاصلہ

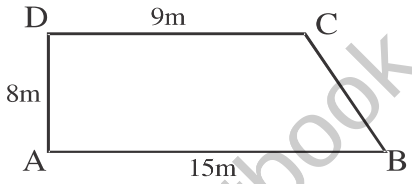
اور $m\overline{CD} + m\overline{AB}$ = متوازی الاضلاع کا مجموعہ

پس: ہم مندرجہ بالا بیان کو یوں لکھ سکتے ہیں کہ:

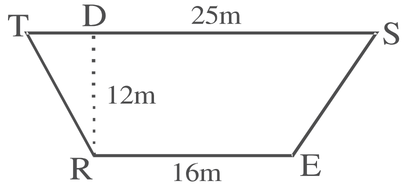
ذوزنقہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ [متوازی الاضلاع کا مجموعہ × عمودی فاصلہ]

**مثال 1:** نیچے دی گئی ہر ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i)

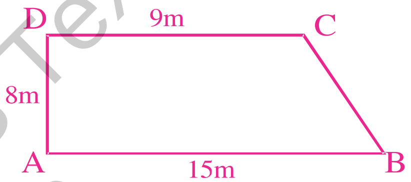



(ii)




**حل:**

(i)




اُوپر دی گئی تصویر میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ:

8m = عمودی فاصلہ

9m = پہلے متوازی ضلع کی لمبائی

15m = دوسرے متوازی ضلع کی لمبائی

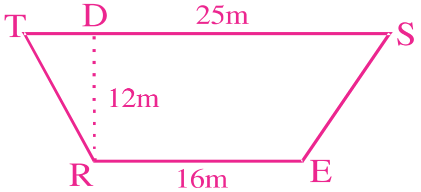
فارمولا استعمال کریں۔

ذوزنقہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ [متوازی الاضلاع کا مجموعہ × عمودی فاصلہ]

$= \frac{1}{2}[\overset{4m}{\cancel{8m}} \times (9m + 15m)]$

$= [4m \times 24m] = 96m^2$

(ii)




اُوپر دی گئی تصویر میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ:

12m = عمودی فاصلہ

16m = پہلے متوازی ضلع کی لمبائی

25m = دوسرے متوازی ضلع کی لمبائی

فارمولا استعمال کریں۔

ذوزنقہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ [متوازی اضلاع کا مجموعہ × عمودی فاصلہ]

$= \frac{1}{2}[\overset{6m}{\cancel{12m}} \times (16m + 25m)]$

$= [6m \times 41m] = 246m^2$

**مثال 2:** ذوزنقہ شکل کے ایک فرش پر $90/m^2$ روپے کے حساب سے قالین بچھانے کا خرچ معلوم کریں جس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب 62m اور 48m اور درمیان فاصلہ 50m ہے۔

**حل:** 68m = دوسرے متوازی ضلع کی لمبائی     48m = پہلے متوازی ضلع کی لمبائی     50m = درمیانی عمودی فاصلہ

رقبہ $= \frac{1}{2}$ [متوازی اضلاع کا مجموعہ × عمودی فاصلہ]

$\frac{1}{2}[\overset{25m}{\cancel{50m}} \times (48m + 62m)] = 2750m^2$

$1m^2$ پر قالین بچھانے کا خرچ = 90 روپے

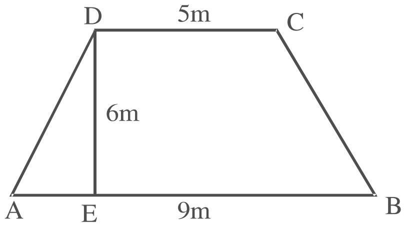
$2750m^2$ پر قالین بچھانے کا خرچ = $(90 \times 2750)$ روپے = 247,500 روپے

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

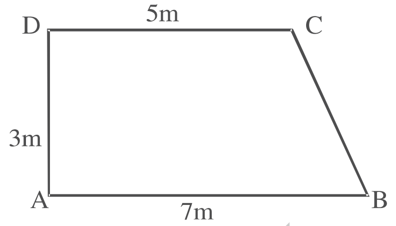
# مشق 11.4

**1** نیچے دی گئی ہر ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

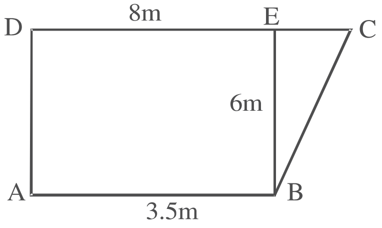
(i)



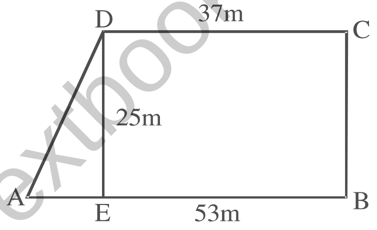

(ii)



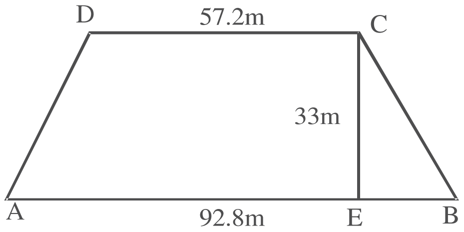

(iii)



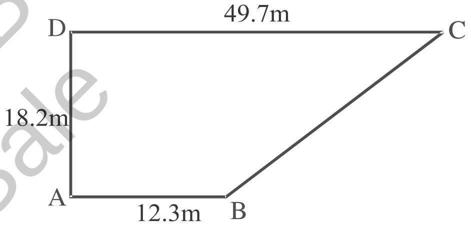

(iv)




(v)




(vi)




**2** ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کریں جس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب 19m اور 24m ہیں اور درمیانی فاصلہ 14m ہے۔

**3** ایک ذوزنقہ کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 20m اور 35m اور اس کا عمودی فاصلہ 16m ہے۔ رقبہ معلوم کیجیے۔

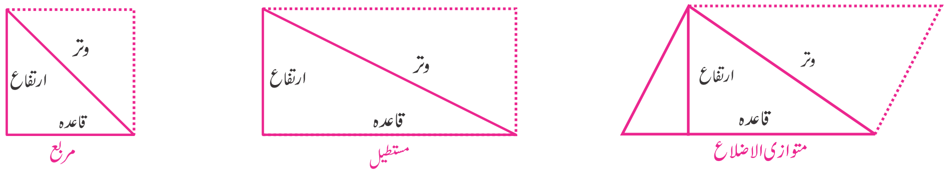
**4** ایک ذوزنقہ کا عمودی فاصلہ 8m اور اس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 10m اور 15m ہیں۔ ذوزنقہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

**5** ایک ذوزنقہ شکل کے کھیل کے میدان کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 80m اور 120 m ہیں۔ اس کا فرش بنانے کا خرچ بحساب $25/m^2$ روپے معلوم کیجیے جبکہ اضلاع کا درمیانی فاصلہ 45m ہے۔

**6** ایک ذوزنقہ شکل کے فرش پر قالین بچھانے کا خرچ بحساب $32/m^2$ روپے معلوم کیجیے جب کہ ذوزنقہ کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب 7m اور 17m ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ 9m ہے۔

## 11.1.6 مثلث کا رقبہ

جب ہم ایک جیسی مثلثوں کو وتر کی طرف سے باہم ملائیں تو اس سے مربع یا مستطیل یا متوازی الاضلاع بنتا ہے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔




Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

اُوپر یہ مشاہدہ کیا جا سکتا ہے کہ اگر ہمارے پاس کسی مثلث کا ارتفاع اور قاعدہ ہو تو ہم نیچے دیے گئے فارمولے کی مدد سے اِس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2}(\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ})$$

**مثال 1:** ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا ارتفاع 18cm اور قاعدہ 24cm ہے۔

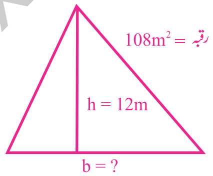
**حل:** ہمارے پاس ہے: مثلث کا ارتفاع = 18cm ، مثلث کا قاعدہ = 24cm     مثلث کا رقبہ = ؟

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2}(\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ})$$
$$= \frac{1}{2}(18\text{cm} \times 24\text{cm})$$
$$= \frac{1}{2} \times 432\text{cm}^2 = 216\text{cm}^2$$

پس مثلث کا رقبہ $216\text{cm}^2$ ہے۔

**مثال 2:** ایک مثلث نما کھیت کا رقبہ $108\text{m}^2$ اور ارتفاع 12m ہے۔ کھیت کا قاعدہ معلوم کیجیے۔

**حل:**




ہمیں معلوم ہے:

کھیت کا رقبہ = $108\text{m}^2$

کھیت کا ارتفاع = 12m

کھیت کا قاعدہ = ؟

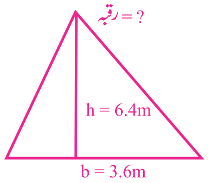
$$\text{رقبہ} = \frac{1}{2}(\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ})$$

$$\text{قاعدہ} = \frac{2 \times 108\text{m}^2}{12\text{m}} = 18\text{m}$$

پس: مثلث نما کھیت کا قاعدہ 18m ہے۔

**مثال 3:** ایک مثلث نما صحن کا ارتفاع 6.4m اور قاعدہ 3.6m ہے۔ صحن میں ٹائلیں لگانے کا خرچ $500/\text{m}^2$ روپے کے حساب سے معلوم کیجیے۔

**حل:**




ہمیں معلوم ہے۔

مثلث نما صحن کا ارتفاع = 6.4m

مثلث نما صحن کا قاعدہ = 3.6m

ٹائلیں لگانے کا خرچ = ؟

$$\text{مثلث نما صحن کا رقبہ} = \frac{1}{2}(\text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ})$$
$$= \frac{1}{2}(6.4\text{m} \times 3.6\text{m}) = \frac{1}{2}(23.04\text{m}^2)$$
$$= 11.52\text{m}^2$$

$1\text{m}^2$ ٹائلیں لگانے کا خرچ = 500 روپے

$11.52\text{m}^2$ ٹائلیں لگانے کا خرچ = (500 × 11.52) روپے

= 5760 روپے

## مشق 11.5

**1** نیچے دی گئی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) قاعدہ = 8m ، ارتفاع = 14m     (ii) قاعدہ = 19m ، ارتفاع = 16m

(iii) قاعدہ = 14.4cm ، ارتفاع = 12.5cm     (iv) قاعدہ = 6.7m ، ارتفاع = 10m

(v) قاعدہ = 5.6m ، ارتفاع = 6.5m     (vi) قاعدہ = 20.1cm ، ارتفاع = 12.8cm

(vii) قاعدہ = 8.25cm ، ارتفاع = 6.4cm     (viii) قاعدہ = 25m ، ارتفاع = 33m

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

2 ایک مثلث نما فرش کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا قاعدہ 9m اور ارتفاع 5.4m ہے۔

3 ایک مثلث نما سینڈوچ کا ارتفاع اور قاعدہ برابر ہیں سینڈوچ کا رقبہ معلوم کریں اگر اِس کا قاعدہ 7.4cm ہے۔

4 ایک مثلث نما کلاک کا قاعدہ 28cm اور ارتفاع 32cm ہے۔کلاک کا وہ رقبہ جو دیوار کو کوّر کر رہا ہے معلوم کیجیے۔

5 ایک مثلث نما کھیل کے میدان کو ہموار کرنے کا خرچ بحساب 25.5 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے۔کھیل کے میدان کا قاعدہ 88 m اور ارتفاع 66m ہے۔

6 ایک مثلث نما شکل کے کھیت کا قاعدہ 246m اور ارتفاع 125m ہے۔اِس کھیت سے 24 کوئنٹل فی ہیکٹر کے حساب سے پیداوار حاصل ہوتی ہے۔ کل پیداوار کتنی حاصل ہوتی ہے؟ (اشارہ: 1 ہیکٹر $=10,000m^2$)

7 ایک کمرے کی شکل مثلث نما ہے۔اِس کا قاعدہ 9.4m اور ارتفاع 8.6m ہے۔اِس کے لکڑی کے فرش کا خرچ بحساب 250 روپے فی مربع میٹر معلوم کریں۔

8 ایک مثلث نما باغ کا ارتفاع 54m اور قاعدہ 92m ہے۔اگر ہر مربع میٹر کے رقبے میں 18 پھول لگے ہوئے ہوں تو باغ میں پھولوں کی کُل تعداد معلوم کیجیے۔

## خلاصہ

- اُس علاقہ کی پیائش جو کوئی شے گھیرتی ہے رقبہ کہلاتی ہے اور اُس کی حدود کی پیائش احاطہ کہلاتی ہے۔
- 1cm لمبائی والے مربع کو کسی شکل کی پیائش کے لیے معیاری اِکائی کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے یعنی $1cm^2$۔
- ضلع کی لمبائی ×4 = مربع کا احاطہ
- 2(لمبائی + چوڑائی) = مستطیل کا احاطہ
- لمبائی × لمبائی = مربع کا رقبہ
- لمبائی × چوڑائی = مستطیل کا رقبہ
- [اندرونی چوڑائی × اندرونی لمبائی] – [بیرونی چوڑائی × بیرونی لمبائی] = بارڈر کا رقبہ
  - [بارڈر کی چوڑائی] 2 + [چھوٹی مستطیل کی لمبائی] = بڑی مستطیل کی لمبائی
  - [بارڈر کی چوڑائی] 2 + [چھوٹی مستطیل کی چوڑائی] = بڑی مستطیل کی چوڑائی
- چار اضلاع پر مشتمل ایسی شکل جس کے متقابلہ اضلاع باہم متوازی اور متماثل ہوں متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔
- ذوزنقہ ایسا چوکور ہوتا ہے جس کے دو اضلاع ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں۔
- ارتفاع × قاعدہ = متوازی الاضلاع کا رقبہ
- [متوازی اضلاع کا مجموعہ × عمودی فاصلہ] $\frac{1}{2}$ = ذوزنقہ کا رقبہ
- (ارتفاع × قاعدہ) $\frac{1}{2}$ = مثلث کا رقبہ

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# نظرثانی مشق 11

1. مربع کا احاطہ معلوم کریں جس کا رقبہ $676cm^2$ ہے۔

2. ایک کمرہ 4.5m لمبا اور 4m چوڑا ہے۔ اِس کمرے کے فرش پر 0.5m لمبی مربع نما شکل ماربل ٹائلیں لگانا مقصود ہیں۔ فرش پر ٹائلیں لگانے کا خرچ بحساب 500 روپے فی ٹائل معلوم کریں۔

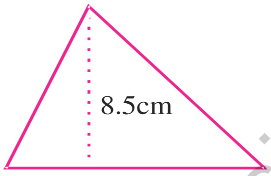
3. پارک کے اندرونی طرف موجود 2m چوڑی سڑک کو مرمت کرنے کا خرچ بحساب 50 روپے فی مربع میٹر معلوم کریں جب کہ پارک کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 100m اور 60m ہے۔

4. 1m چوڑے برآمدے کا فرش بنانے کا خرچ بحساب 100 روپے فی مربع میٹر معلوم کریں جو کہ ایک 4m چوڑے اور 6m لمبے کمرے کی چاروں اطراف میں موجود ہے۔

5. کشمیر میں موجود ایک ذوزنقہ شکل کے پارک کی مرمت کا خرچ بحساب 15 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے جس کے متوازی اضلاع کی لمبائیاں 65 میٹر اور 115 میٹر ہیں جبکہ متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ 38 میٹر ہے۔

6. نیچے دی گئی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i)




(ii)

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# معروضی مشق 11

1. درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) مستطیل اور مربع کے احاطے معلوم کرنے کے فارمولے لکھیے۔

(ii) مستطیل کے گرد بارڈر کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولا لکھیے۔

(iii) ذوزنقہ کیا ہوتا ہے؟

(iv) متوازی الاضلاع کی تعریف کیجیے۔

## 2 خالی جگہ کو پُر کیجیے۔

(i) ضلع × ضلع = .................کا رقبہ

(ii) ارتفاع × قاعدہ = .................کا رقبہ

(iii) $\frac{1}{2}$ (قاعدہ × ارتفاع) = .................کا رقبہ

(iv) کسی شکل کی حدود کی پیمائش.................کہلاتی ہے۔

(v) ایسی بند شکل جو تین قطعات خط کو باہم جوڑنے سے بنے.................کہلاتی ہے۔

## 3 دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگایے۔

(i) لمبائی × 4 کا فارمولہ احاطہ معلوم کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں:

(a) مستطیل کا (b) مربع کا (c) ذوزنقہ کا (d) متوازی الاضلاع کا

(ii) 2cm لمبائی والے مربع کا رقبہ ہوتا ہے:

(a) $4cm^2$ (b) $6cm^2$ (c) $8cm^2$ (d) $2cm^2$

(iii) 4cm لمبی اور 2cm چوڑی مستطیل کا احاطہ ہوتا ہے:

(a) 8cm (b) 6cm (c) 2cm (d) 12cm

(iv) ایسا چوکور جس کے صرف دو اضلاع متوازی ہوں کہلاتا ہے:

(a) مربع (b) مستطیل (c) متوازی الاضلاع (d) ذوزنقہ

(v) اگر کسی مثلث کا قاعدہ 3cm اور ارتفاع 2cm ہو تو اس کا رقبہ ہوگا:

(a) $2cm^2$ (b) $3cm^2$ (c) $5cm^2$ (d) $6cm^2$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یونٹ
12

# 3D مجسّم

## تدریسی مقاصد

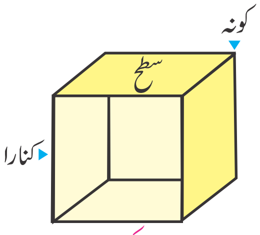
اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:

- 3D اشکال (مکعب، مکعب نما، کرّے، سلنڈر اور کون) کو اُن کی سطحوں، کناروں اور کونوں کی مدد سے پہچانیں۔
- سطح کا رقبہ اور حجم معلوم کرنے کی اکائیاں پہچانیں اور اِن کی تعریف کریں۔
- مکعب اور مکعب نما کا حجم اور ان کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔
- حجم اور سطح کے رقبہ سے متعلق عبارتی سوالات حل کریں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 12.1 تعارف

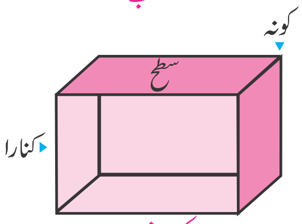
ہماری روزمرّہ زندگی میں ہم اپنے اردگرد کُرسیاں، فُٹ بال، الماریاں، فریجز، اینٹیں اور لڈو کے دانے وغیرہ جیسی اشیا دیکھتے ہی رہتے ہیں۔ یہ تمام اشیا مجسّم کہلاتی ہیں۔



مکعب

### مکعب

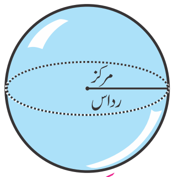
مکعب ایک سہ رُخی مجسّم ہوتا ہے جو ایک جیسی چھے مربع سطحوں سے مل کر بنتا ہے۔ لڈو کے دانے، برف کی ڈلیاں وغیرہ مکعب کی مثالیں ہیں۔ اِس کی 6 سطحیں، 8 کونے اور 12 کنارے ہوتے ہیں۔ اِس کی تمام سطحیں رقبے میں اور تمام کنارے لمبائی میں ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔



مکعب نما

### مکعب نما

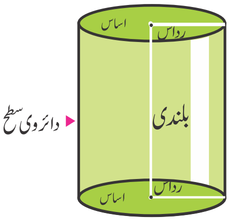
مکعب نما بھی چھے مستطیل سطحوں پر مشتمل ایک مجسم ہے۔ مکعب نما میں متناظرہ سطحیں اور کنارے برابر اور متوازی ہوتے ہیں۔ اِس کی 6 سطحیں، 8 کونے اور 12 کنارے ہوتے ہیں۔ کتابیں، الماریاں، ماچسیں وغیرہ مکعب نما کی مثالیں ہیں۔



کرّہ

### کرّہ

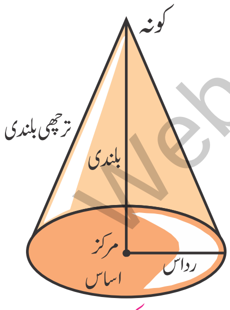
کرّہ مکمل منحنی سطح پر مشتمل ایک مجسّم ہے جس کی بیرونی سطح پر موجود تمام نقاط کا فاصلہ اِس کے مرکز سے برابر ہوتا ہے اور کرّہ کے تمام نقاط کا مرکز سے فاصلہ کرّہ کا رداس کہلاتا ہے۔



سلنڈر

### سلنڈر

دی گئی شکل میں موجود مجسّم سلنڈر کہلاتا ہے۔ سلنڈر کی نچلی اور اُوپر والی دائروی سطحیں اِس کے اساس اور اِس کی گول سطح منحنی سطح کہلاتی ہے اور اِس گول سطح کا رداس سلنڈر کا رداس کہلاتا ہے۔ دو دائروی سطحوں کا درمیانی فاصلہ بلندی کہلاتا ہے۔



کون

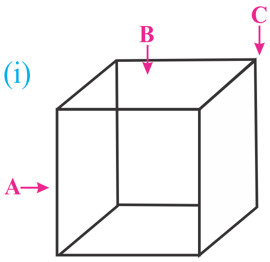
### کون

کون ایک منحنی سطح پر مشتمل مجسّم ہے۔ جس میں سطح ایک گول اور چپٹے حصے سے پھسلتی ہوئی ایک کونے کی طرف بڑھتی ہے۔ اِس چپٹے حصے کے مرکز سے کونے تک کا فاصلہ بلندی کہلاتا ہے اور چپٹے حصے کی دائروی حدود پر موجود کسی نقطے سے کونے تک کا فاصلہ ترچھی بلندی کہلاتا ہے۔ اِس کی نچلی دائروی چپٹی سطح کا رداس کون کا بھی رداس کہلاتا ہے۔

## مشق 12.1

**1** دی گئی اشکال کے مختلف حصّوں کے نام لکھیے۔

(i)

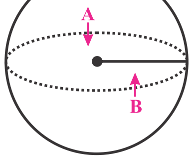



A = ______

B = ______

C = ______

(ii)

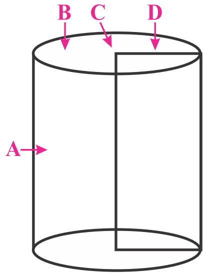



A = ______

B = ______

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

(iii)



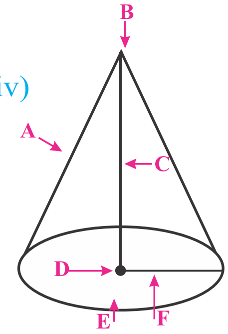

A = ________

B = ________

C = ________

D = ________

(iv)




A = ________

B = ________

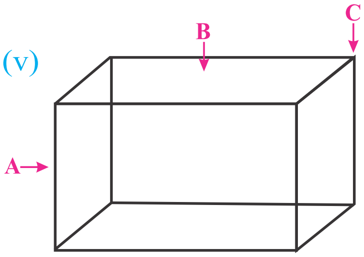
C = ________

D = ________

E = ________

F = ________

(v)




A = ________

B = ________

C = ________

## 12.1.1 سہ رُخی مجسّم کا حجم

ہم کسی دورُخی مستطیلی سطح کی لمبائی اور چوڑائی سے اِس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔لیکن مجسّم جیسے کہ اینٹیں، چائے کے ڈبے وغیرہ کا رقبہ اس طرح معلوم نہیں کیا جا سکتا کیوں کہ سہ رُخی مجسّم جگہ گھیرتے ہیں۔ اِس لیے ہم اِن کی پیائش کے لئے لفظ حُجم استعمال کرتے ہیں۔لہٰذا ہم حُجم کی تعریف یوں کر سکتے ہیں۔

وہ جگہ جو کوئی شے تین اطراف میں گھیرتی ہے اُس کا حجم کہلاتی ہے۔

### حُجم کی اکائیاں

حُجم کو کیوبک اکائی میں لکھا جاتا ہے۔مثال کے طور پر 1cm لمبائی والے مکعب کا حجم ہوگا۔

حجم = لمبائی × چوڑائی × اُونچائی

$= 1cm \times 1cm \times 1cm = 1cm^3$ (ایک کیوبک سینٹی میٹر)

اور 1m لمبائی والے مکعب کا حجم ہوگا۔

حجم = لمبائی × چوڑائی × اُونچائی

$= 1m \times 1m \times 1m = 1m^3$ (ایک کیوبک میٹر)

کسی شے کا حُجم معلوم کرنے کے لیے تمام اطراف کی پیائش ایک ہی اکائی میں ہونی چاہیے۔

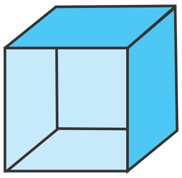
### مکعب اور مکعب نما کا حُجم

ایسی ڈبہ نما شے جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہو مکعب کہلاتا ہے۔یعنی: لمبائی = چوڑائی = اُونچائی

لہٰذا،

مکعب کا حجم = لمبائی × چوڑائی × اُونچائی

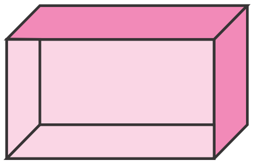
= لمبائی × لمبائی × لمبائی = $(\text{لمبائی})^3$



پس ہم کسی مکعب کے ایک کنارے کی پیائش سے اِس کا حجم معلوم کر سکتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

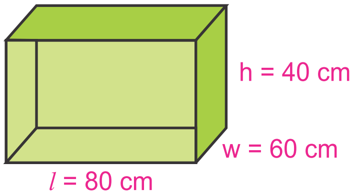
## مکعب نما



کسی مکعب نما میں لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی تین مختلف پیمائشیں ہوتی ہیں۔ لہٰذا اِس کا حجم معلوم کرنے کے لیے ہمیں تینوں پیمائشوں کا علم ہونا ضروری ہوتا ہے۔

مکعب نما کا حجم = لمبائی × چوڑائی × اُونچائی

مثال 1: ایک کنستر 80cm لمبا، 60cm چوڑا اور 40cm اُونچا ہے۔ کنستر کی گنجائش معلوم کریں۔




حل: کنستر کی لمبائی = 80cm ، کنستر کی چوڑائی = 60cm

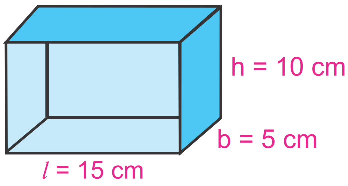
کنستر کی اُونچائی = 40cm ، کنستر کی گنجائش = حجم = ؟

حجم = لمبائی × چوڑائی × اُونچائی

$= 80\text{cm} \times 60\text{cm} \times 40\text{cm}$

$= 192000\ \text{cm}^3$

مثال 2: $1.5\text{m}^3$ کے خلا کو لکڑی کے کتنے بلاک سے پُر کیا جا سکتا ہے۔ جبکہ بلاک کی تینوں اطراف $15\text{cm} \times 10\text{cm} \times 5\text{cm}$ ہیں۔




حل: بلاک کا حجم $= 15\text{cm} \times 10\text{cm} \times 5\text{cm}$

$= 750\text{cm}^3$

$1.5\text{m}^3 = 1.5 \times (100\text{cm})^3$

$= 1.5 \times 100\text{cm} \times 100\text{cm} \times 100\text{cm}$

$= 1500000\ \text{cm}^3$

بلاکوں کی تعداد = $\dfrac{\text{کل جگہ}}{\text{1 بلاک کا حجم}}$

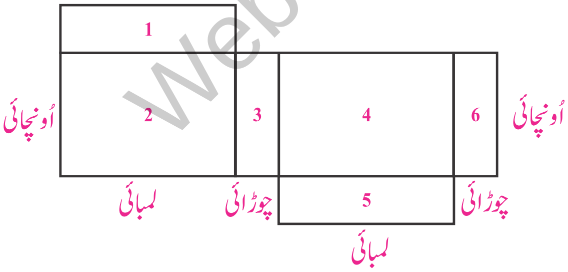
$= \dfrac{1500000}{750}$

= 2,000 بلاک

## مکعب نما کی سطح کا رقبہ

ہم پہلے ہی کسی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں ہم یہی فارمولہ مکعب نما کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ مکعب نما چھے سادہ سطحوں پر مشتمل ہوتا ہے جو مکعب نما کو کھولنے سے نظر آ سکتی ہیں۔




دی گئی شکل میں ہم مکعب نما کی چھے مستطیلی سطحوں کو دیکھ سکتے ہیں۔

سطح 1 کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

سطح 2 کا رقبہ = لمبائی × اونچائی

سطح 3 کا رقبہ = چوڑائی × اُونچائی

سطح 4 کا رقبہ = لمبائی × اُونچائی

سطح 5 کا رقبہ = چوڑائی × چوڑائی

سطح 6 کا رقبہ = چوڑائی × اونچائی

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

اِن چھے سطحوں کی پیمائشوں کو جمع کرنے سے ہم مکعب نما کی سطح کا رقبہ حاصل کر سکتے ہیں۔

مکعب نما کی سطح کا رقبہ = سطح 1 کا رقبہ + سطح 2 کا رقبہ + سطح 3 کا رقبہ + سطح 4 کا رقبہ + سطح 5 کا رقبہ + سطح 6 کا رقبہ

مکعب نما کی سطح کا رقبہ = (لمبائی × چوڑائی) + (لمبائی × اُونچائی) + (چوڑائی × اونچائی) + (لمبائی × اُونچائی)
+ (لمبائی × چوڑائی) + (چوڑائی × اونچائی)

= [ 2(لمبائی × چوڑائی) + 2(لمبائی × اُونچائی) + 2(چوڑائی × اونچائی) ]

= 2 [(لمبائی × چوڑائی) + (لمبائی × اُونچائی) + (چوڑائی × اونچائی)]

فرض کریں کہ لمبائی = $l$، چوڑائی = b اور اُونچائی = h ہے۔

تب ہم اُوپر والا فارمولا یوں لکھ سکتے ہیں: $2[(l\times b)+(l\times h)+(b\times h)]$

### مکعب کی سطح کا رقبہ

ہم جانتے ہیں کہ مکعب کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہوتی ہے۔ یعنی: لمبائی = چوڑائی = اُونچائی

تو مکعب کی سطح کا رقبہ = 2[(لمبائی × لمبائی) + (لمبائی × لمبائی) + (لمبائی × لمبائی)]

$= 2[3\,(\text{لمبائی})^2] = 2\times 3(\text{لمبائی})^2$

$= 6\,(\text{لمبائی})^2$

**مثال 3:** 8cm لمبائی والے مکعب کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

**حل:** مکعب کی لمبائی = 8cm

مکعب کی سطح کا رقبہ $= 6\times(\text{لمبائی})^2$

$= 6\times\ (8cm)^2$

$= 6\times 64\ cm^2 = 384cm^2$

**مثال 4:** ایک ڈبہ 3m لمبا، 2m اُونچا اور 1.5m چوڑا ہے۔ ڈبے کی $3/m^2$ روپے کے حساب سے پینٹ کی لاگت معلوم کیجیے۔

**حل:**

ڈبے کی لمبائی $(l)$ = 3m ، ڈبے کی اُونچائی (h) = 2m ، ڈبے کی چوڑائی (b) = 1.5m

ڈبے کی سطح کا رقبہ $= 2\,[(l\times b)+(l\times h)+(b\times h)]$

$= 2\,[(3\ m\times 1.5\ m)+(3\ m\times 2\ m)+(1.5\ m\times 2\ m)]$

$= 2\,[4.5m^2 + 6m^2 + 3\ m^2]$

$= 2\times 13.5m^2 = 27m^2$

$1m^2$ پینٹ کرنے کی لاگت = 3 روپے

$27m^2$ پینٹ کرنے کی لاگت = 3×27 روپے = 81 روپے

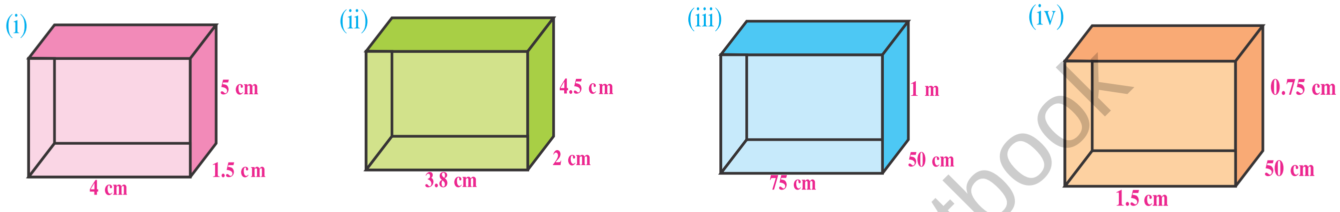
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 12.2

1 دیے گئے مکعب کا حجم اور سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) لمبائی = 4cm (ii) لمبائی = 7cm (iii) لمبائی = 2.5cm (iv) لمبائی = 3.2cm

2 دیے گئے مکعب نما کا حجم اور سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔




3 ایک کنٹینر 40m لمبا، 15m چوڑا اور 20m اُونچا ہے۔ کنٹینر کی گنجائش معلوم کیجیے۔

4 ایک پانی کی ٹینکی 3m لمبی، 2m چوڑی اور 1m اُونچی ہے۔ اِس میں کتنے لیٹر پانی جمع کیا جاسکتا ہے؟

5 ایک مکعب نما جس کے اطراف کی پیمائشیں 10cm×12cm×15cm ہیں ہم اُس میں سے 1cm لمبائی کے کتنے مکعب کاٹ سکتے ہیں۔

6 ایک کمرے کی اندرونی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے اطراف 4m×2.5m×6m ہیں۔

7 ایک مکعب لکڑی کے ڈبے کی پالش کا خرچ $40/m^2$ کے حساب سے معلوم کیجیے جس کے کنارے کی لمبائی 1.5m ہے۔

8 ایک دھاتی الماری 1.5m لمبی، 2m اُونچی اور 1m چوڑی ہے۔ الماری کو پینٹ کرنے کا خرچ بحساب $80/m^2$ روپے معلوم کیجیے۔

### خلاصہ

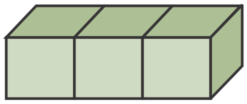
- ایک مجسّم جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہو مکعب کہلاتا ہے۔
- ایسا مجسّم جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی میں سے کم از کم ایک پیمائش مختلف ہو مکعب نما کہلاتا ہے۔
- کرّہ ایک مکمل خمی سطح پر مشتمل مجسّم ہوتا ہے جس کی بیرونی سطح پر موجود تمام نقاط کسی مخصوص نقطہ سے برابر فاصلے پر ہوتے ہیں۔
- سلنڈر کی نچلی اور اُوپر والی دائروی سطحیں اساس اور اِس کے گولائی والے حصے کو خمی سطح کہتے ہیں۔
- کون ایک خمی سطح پر مشتمل مجسّم ہے جس میں سطح ایک گول اور چپٹے حصے سے پھسلتی ہوئی ایک کونے کی طرف بڑھتی ہے۔
- وہ جگہ جو کوئی شے گھیرتی ہے اُس کا حجم کہلاتا ہے۔
- کسی شے کا حجم معلوم کرتے ہوئے تمام اطراف کی پیمائشیں ایک ہی اکائی میں ہونی چاہئیں۔
- مکعب کی سطح کا رقبہ = $6(\text{لمبائی})^2$
- مکعب کا حجم = $(\text{لمبائی})^3$
- مکعب نما کا حجم = لمبائی × چوڑائی × اُونچائی
- مکعب نما کی سطح کا رقبہ = $2[(l\times b) + (l\times h) + (b\times h)]$

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# نظرِثانی مشق 12

1. ایک مکعب کے کنارے کی لمبائی 12cm ہے۔ اِس کا حجم معلوم کیجیے۔ اِس کی سطح بحساب 0.5 روپے فی مربع میٹر رنگ کرنے کا خرچ کیا ہوگا؟

2. تین مکعب جس میں سے ہر ایک کے کنارے کی لمبائی 2cm ہے اور دی گئی تصویر کے مطابق آپس میں جُڑی ہوئی ہیں۔ اِس طرح بننے والے مکعب نما کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے۔



3. 25cm لمبائی کے مکعب میں سے 5cm لمبائی کے کتنے مکعب حاصل کیے جاسکتے ہیں؟

4. ایک ماچس کی پیمائشیں 4cm×2.5cm×1.5cm ہیں۔ ایسے پیکٹ کا حجم معلوم کریں جس میں ایسی 6 ماچسیں رکھی جاسکیں۔ اِس طرح کے کتنے پیکٹ 60cm×30cm×24cm سائز کے گتے کے ڈبے میں رکھے جاسکتے ہیں؟

# معروضی مشق 12

1. درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) سلنڈر کی دو دائروی سطحوں کا درمیانی فاصلہ کیا کہلاتا ہے؟
(ii) مکعب کی تعریف کیجیے۔
(iii) مکعب نما کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولا لکھیے۔
(iv) حجم کی تعریف کیجیے۔

2. خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) ایک مکعب کی 6 سطحیں، 8 کونے اور 12 ...................... ہوتے ہیں۔
(ii) ایسا مجسّم جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی میں سے کوئی ایک مختلف ہو...................... کہلاتا ہے۔
(iii) ٹینس کی گیند اور فُٹ بال جیسے مجسّم ...................... کی مثالیں ہیں۔
(iv) کسی کون میں دائروی حدود پر موجود کسی نقطے سے کونے تک کے فاصلے کو...................... کہتے ہیں۔
(v) ...................... = مکعب کی سطح کا رقبہ۔

3. دُرست جواب پر (✓) کا نشان لگایئے۔

(i) مکعب نما کے کونے ہوتے ہیں:
(a) 6 (b) 8 (c) 10 (d) 12

(ii) کون کی نچلی دائروی سطح اِس کی کہلاتی ہے:
(a) ترچھی اُونچائی (b) رداس (c) قاعدہ (d) اُونچائی

(iii) 2cm لمبے کنارے کے مکعب کی سطح کا رقبہ ہوتا ہے۔
(a) $6cm^2$ (b) $12cm^2$ (c) $24cm^2$ (d) $48cm^2$

(iv) اگر مکعب نما کی لمبائی =3cm، چوڑائی =1cm اور اُونچائی 2cm ہو تو اِس کا حجم ہوگا:
(a) $6cm^3$ (b) $12cm^3$ (c) $24cm^3$ (d) $48cm^3$

(v) کسی کُرّے کے مرکز سے اُس کی سطح تک کا فاصلہ کہلاتا ہے۔
(a) کونہ (b) رداس (c) اُونچائی (d) قاعدہ

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

یونٹ
13

# معلومات داری

## تدریسی مقاصد

**اس یونٹ کی تکمیل کے بعد طلبہ اِس قابل ہو جائیں گے کہ:**

- مواد اور مواد کے حصول کی تعریف کریں۔
- گروہی اور غیر گروہی مواد کے درمیان فرق کریں۔
- عمودی اور اُفقی بار گراف بنائیں۔
- پائی گراف کو پڑھیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## 13.1 تعارف

درحقیقت معلومات داری سٹیٹسٹیکس کی ہی ایک شاخ ہے۔جس میں کسی مواد کے حصول، تجزیہ، وضاحت اور اظہار کے بارے میں علم حاصل کیا جاتا ہے۔لفظ سٹیٹسٹیکس لاطینی لفظ ''سٹیٹس ٹَم کوِلجیم''، جس کا مطلب 'ریاستی کابینہ' اور اٹالین لفظ ''سٹیٹِسٹا''، جس کا مطلب 'سیاستدان' ہے، سے حاصل ہوا ہے۔

### 13.1.1 مواد اور اِس کی اقسام

مواد معلومات اور حقائق کا ایک سیٹ ہوتا ہے جس کو اشکال کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ہم مواد مختلف طریقوں سے اکٹھا کر سکتے ہیں مگر اِس کا انحصار مواد کی مقدار اور اِس کے حصول کی وجہ پر ہوتا ہے۔مثال کے طور پر کسی ریسٹورینٹ کی مینیجر مِس افرا نے اپنے ریسٹورینٹ کے کھانوں کی پسندیدگی کے بارے میں جاننے کے لیے وہاں پر اپنے اکثر آنے والے گاہکوں کو ایک سروے فارم دیا اور اُن سے کہا کہ وہ اِس میں سے اپنا ایک پسندیدہ کھانا چنیں۔پھر سروے فارم کی مدد سے نیچے دیے گئے مواد کا جدول بنایا گیا۔

| غذا | چکن تکہ | روسٹڈ بیف | فرائیڈ فِش | مٹن کڑاہی | دیگر کھانے |
|---|---|---|---|---|---|
| گاہکوں کی تعداد | 48 | 10 | 20 | 14 | 8 |

مندرجہ بالا جدّول سے مِس افرا نے یہ اخذ کیا کہ ریسٹورینٹ کا پسندیدہ ترین کھانا چکن تکہ ہے۔اِسی طرح ہم نتائج اخذ کرنے کے لیے کسی بھی معلومات کے مواد کو اکٹھا اور ترتیب دے سکتے ہیں جو کہ ہمارے ماضی کو جانچنے اور مستقبل کے پلان بنانے میں مدد کرتے ہیں۔

بالعموم ادارے معلومات اکٹھا کرنے کے لیے ایک سوال نامہ استعمال کرتے ہیں۔سوال نامے کا نمونہ نیچے دیا گیا ہے۔

اپنی پسندیدہ غذا پر (✓) کا نشان لگائیے۔

چکن تکہ ☐ فرائیڈ فِش ☐ روسٹڈ بیف ☐ مٹن کڑاہی ☐ دیگر غذا ☐

### 13.1.2 مواد کی درجہ بندی

مواد کی درجہ بندی دو حصوں میں کی جاسکتی ہے۔

- غیر گروہی مواد
- گروہی مواد

- **غیر گروہی مواد:** ایسا مواد جو انفرادی معلومات فراہم کرے غیر گروہی مواد کہلاتا ہے۔مثال کے طور پر کرکٹ ٹیم کے 11 کھلاڑیوں نے ایک روزہ میچ میں ٹیم کے اسکور میں نیچے دیے گئے جدّول کے مطابق اضافہ کیا۔

| کھلاڑی | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اسکور | 46 | 18 | 23 | 39 | 32 | 27 | 15 | 36 | 9 | 33 | 37 |

- **گروہی مواد:** ایسا مواد جو کسی گروہ کے بارے میں معلومات فراہم کرے گروہی مواد کہلاتا ہے۔مثال کے طور پر ہم دی گئی مثال میں دیے گئے مواد کو گروہی مواد میں یوں ظاہر کر سکتے ہیں۔

1 = 1 – 10 : کھلاڑیوں کی تعداد جنہوں نے اسکور کیا
2 = 11 – 20 : کھلاڑیوں کی تعداد جنہوں نے اسکور کیا
2 = 21 – 30 : کھلاڑیوں کی تعداد جنہوں نے اسکور کیا

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

کھلاڑیوں کی تعداد جنھوں نے اسکور کیا : 31 – 40 = 5

کھلاڑیوں کی تعداد جنھوں نے اسکور کیا : 41 – 50 = 1

ہم اُوپر دیے گئے مواد کو نیچے دیے گئے جدّول سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

| کھلاڑیوں کی تعداد | اسکور | گروہ |
|---|---|---|
| 1 | 9 | 1 – 10 |
| 2 | 15,18 | 11 – 20 |
| 2 | 23,27 | 21 – 30 |
| 5 | 32,33,36,37,39 | 31 – 40 |
| 1 | 46 | 41 – 50 |

## مشق 13.1

کون سا جدّول گروہی مواد کو ظاہر کر رہا ہے۔

1.

| طالب علم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نمبر | 581 | 786 | 678 | 725 | 788 | 580 | 690 | 780 | 599 | 509 | 619 | 560 |

2.

| دنوں کی تعداد | کھلونوں کی فروخت | گروہ |
|---|---|---|
| 8 | 514,610,603,508,607,580, 595,574 | 512 – 611 |
| 5 | 704,675,650,625,613 | 612 – 711 |
| 4 | 809,783,766,712 | 712 – 811 |
| 9 | 877,892,901,910,846,907, 823,825,902 | 812 – 911 |

3.

| ورکرز | روپے | گروہ |
|---|---|---|
| 3 | 175,150,195 | 150 – 199 |
| 4 | 225,245,200,235 | 200 – 249 |
| 1 | 275 | 250 – 299 |
| 2 | 315,340 | 300 – 349 |
| 3 | 365,395,355 | 350 – 399 |
| 2 | 425,410 | 400 – 449 |

4.

| کھلاڑی | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اسکور | 62 | 41 | 15 | 59 | 22 | 10 | 8 | 2 | 43 | 7 | 21 |

5.

| دن | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| فاصلہ (km) | 25 | 43 | 76 | 18 | 90 | 52 | 12 |

6.

| افراد | بلز | گروہ |
|---|---|---|
| 2 | 365,394 | 356 – 455 |
| 3 | 488,523,549 | 456 – 555 |
| 3 | 578,594,643 | 556 – 655 |
| 4 | 732,658,713,698 | 656 – 755 |

7.

| گاہک | لوگ | گروہ |
|---|---|---|
| 8 | 7,9,6,7,8,10,9,6 | 6 – 10 |
| 6 | 12,14,12,11,15,13 | 11 – 15 |
| 8 | 19,17,19,18,16,20,19,18 | 16 – 20 |
| 7 | 23,25,22,21,22,24,23 | 21 – 25 |

## 13.2 گراف

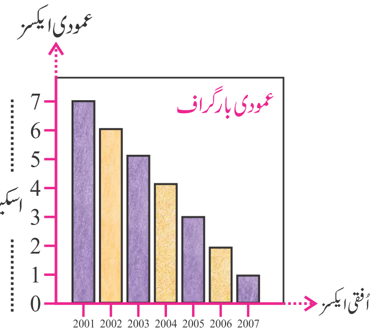
گراف ایسی ڈرائنگ ہوتی ہے جو اعداد اور مقداروں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔ کسی مواد کو سادہ، پُرکشش اور قابلِ فہم طریقے سے ظاہر کرنے کے لیے ہم گراف استعمال کرتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

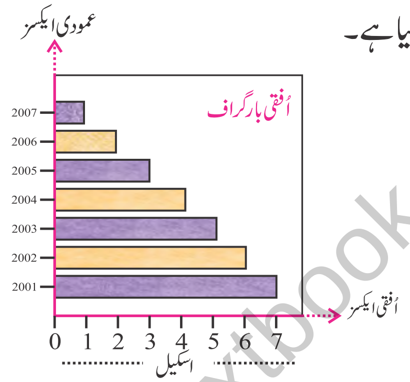
## 13.2.1 بارگراف

ایسا گراف جس میں معلوماتی موادکو مستطیلی پٹیوں کی مدد سے ظاہر کیا جائے بارگراف کہلاتا ہے۔ یہ پٹیاں ایک جیسی چوڑائی اور ایک دوسرے سے مناسب فاصلے پر ہوتی ہیں۔ بارگراف کو بنانے کے لیے ہم دوشعاعیں استعمال کرتے ہیں جو ایکسز کہلاتی ہیں اور اِن کے اُوپر لکھے ہوئے اعداد اِس کا سکیل کہلاتے ہیں جیسا کہ شکل (i) اور (ii) میں دیا گیا ہے۔

(i)




(ii)




ایسا گراف جس میں اُفقی پٹیاں استعمال ہوں تو اُفقی بارگراف اور اگر عمودی پٹیاں استعمال ہوں تو عمودی بارگراف کہلاتا ہے۔

### عمودی بارگراف

مثال 1: ناصر نے 100 نمبروں میں سے درج ذیل نمبر حاصل کیے۔

(i) ستمبر: 45 نمبر (ii) اکتوبر: 80 نمبر (iii) نومبر: 60 نمبر (iv) دسمبر: 75 نمبر (v) جنوری: 90 نمبر (vi) فروری: 85 نمبر

حل: (i) گراف بنانے کے لیے مناسب اسکیل چُنیں۔

سکیل: y–ایکسز کے ساتھ 1 بڑا خانہ 25 نمبروں کو ظاہر کرتا ہے۔

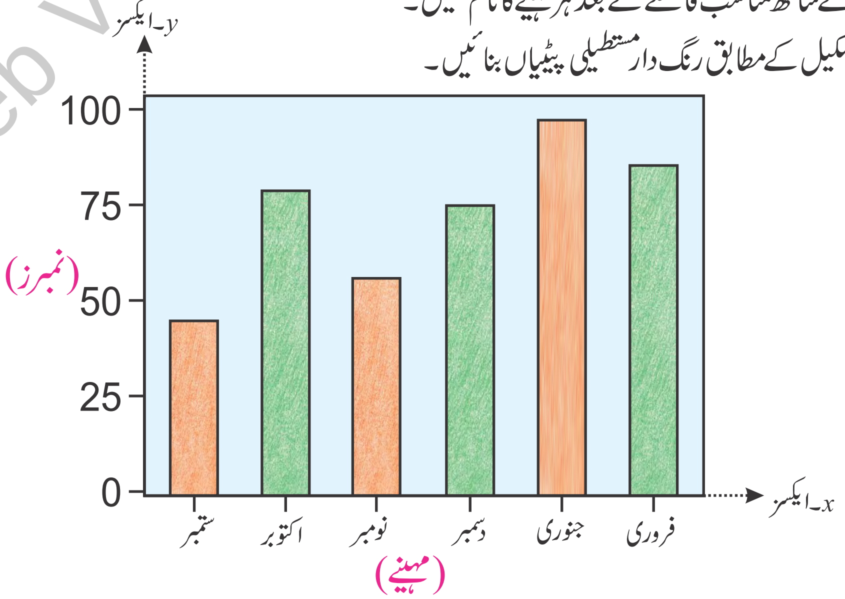
(ii) مشترک نقطہ O کے ساتھ x–ایکسز اور y–ایکسز بنائیں۔

(iii) y–ایکسز کے ساتھ اسکیل کے مطابق نمبروں کو ظاہر کرتے ہیں۔

1 بڑا خانہ = 25 نمبر

(iv) x–ایکسز کے ساتھ مناسب فاصلے کے بعد ہر مہینے کا نام لکھیں۔

(v) ہر مہینے پر اسکیل کے مطابق رنگ دار مستطیلی پٹیاں بنائیں۔




Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## بارگراف کو پڑھنا

(i) بارگراف ناصر کے نمبر جو اُس نے چھ ٹیسٹوں میں حاصل کیے ظاہر کر رہا ہے۔
(ii) جنوری کے مہینے میں ناصر نے سب سے زیادہ نمبر حاصل کیے۔
(iii) ستمبر کے مہینے میں ناصر نے سب سے کم نمبر حاصل کیے۔
(iv) اکتوبر اور نومبر کے نمبروں کے درمیان نسبت ہے: 80:60 یا 4:3
(v) بہترین کارکردگی کا مہینہ جنوری اور بدترین کارکردگی کا مہینہ ستمبر ہے۔

## اُفقی بار گراف

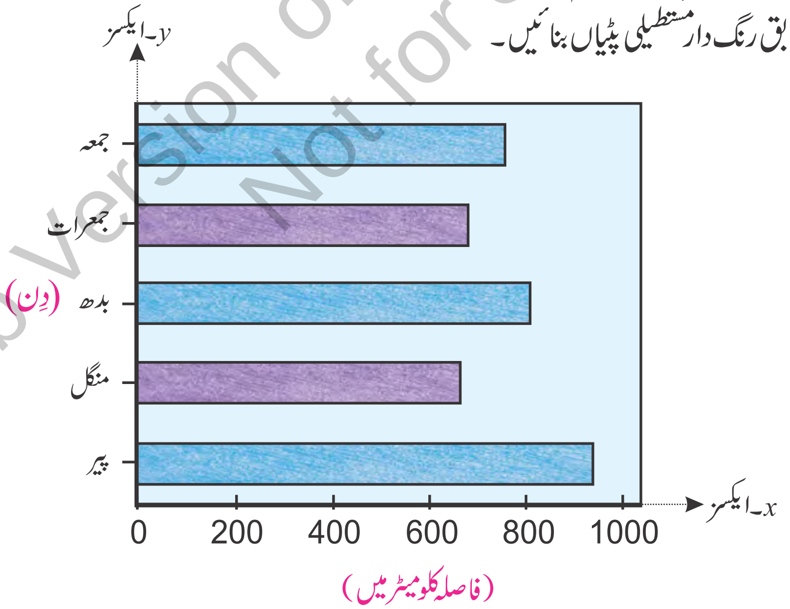
مثال 2: عثمان نے نیچے دیے گئے جدول کے مطابق غربا کی مدد کے لیے سفر کیے۔

| جمعہ | جمعرات | بدھ | منگل | پیر | دن |
|---|---|---|---|---|---|
| 760 | 680 | 800 | 640 | 920 | سفر (Km) |

اُوپر دیے گئے جدول کو استعمال کرتے ہوئے اُفقی بار گراف بنائیں۔

حل:

(i) گراف بنانے کے لیے مناسب اسکیل چُنیں۔
سکیل: x-ایکسز کے ساتھ 1 بڑا خانہ 200 کلومیٹر کو ظاہر کرتا ہے۔
(ii) مشترک نقطہ O کے ساتھ x-ایکسز اور y-ایکسز ظاہر کریں۔
(iii) y-ایکسز کے ساتھ مناسب فاصلے پر ہر دِن کا نام لکھیں۔
(iv) ہر دن پر اسکیل کے مطابق رنگ دار مستطیلی پٹیاں بنائیں۔




## بارگراف کو پڑھنا

1- بارگراف عثمان کا پانچ دِن کا سفر ظاہر کر رہا ہے۔
2- پیر وہ دِن ہے جس میں عثمان نے سب سے زیادہ سفر کیا۔
3- منگل وہ دِن ہے جس میں عثمان نے سب سے کم سفر کیا۔



Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

4- پیر اور منگل کے فاصلوں کے درمیان نسبت ہے۔ 920:640 یا 23:16

5- سب سے زیادہ سفر پیر کو اور سب سے کم سفر منگل کو کیا۔

## مشق 13.2

1 نیچے دیے گئے مواد کو استعمال کرتے ہوئے اُفقی اور عمودی بار گراف بنائیں۔

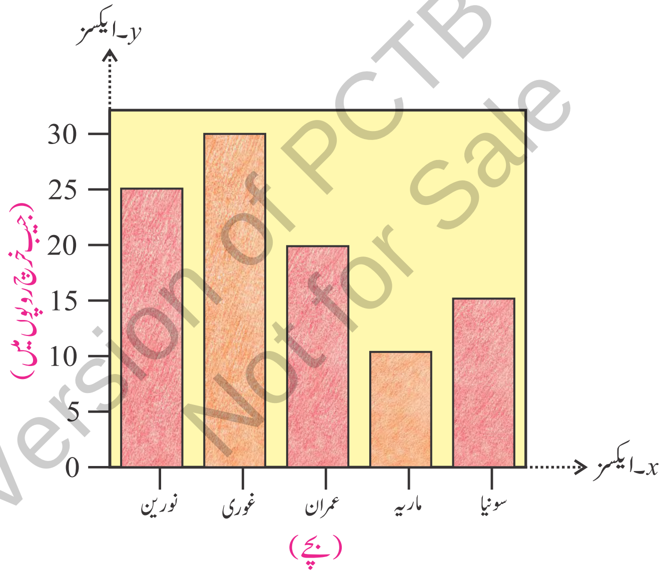
(i)

| مہینہ | جنوری | فروری | مارچ | اپریل | مئی |
|---|---|---|---|---|---|
| نفع (روپے) | 12,000 | 23,000 | 18,000 | 26,000 | 20,000 |

(ii)

| وقت (گھنٹے) | 1st | 2nd | 3rd | 4th | 5th | 6th |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ٹمپریچر (سینٹی گریڈ) | 40 | 50 | 35 | 70 | 90 | 65 |

2 نیچے دیے گئے افقی بار گراف کو پڑھیں جو چند بچوں کا روزانہ کا جیب خرچ ظاہر کر رہا ہے اور سوالات کے جوابات دیں۔




(i) گراف سے ہمیں کیا معلومات حاصل ہو رہی ہیں؟

(ii) کون سا بچہ سب سے زیادہ جیب خرچ لے رہا ہے؟

(iii) کون سا بچہ سب سے کم خرچ لے رہا ہے؟

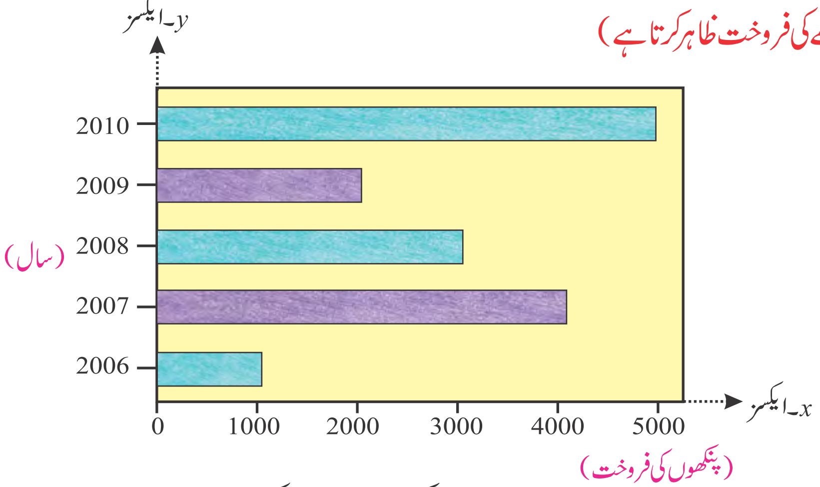
(iv) نورین کتنا جیب خرچ لے رہی ہے؟

(v) ماریہ اور عمران کے جیب خرچ میں کتنا فرق ہے؟

(vi) غوری اور عمران کے جیب خرچ کے درمیان کیا نسبت ہے؟

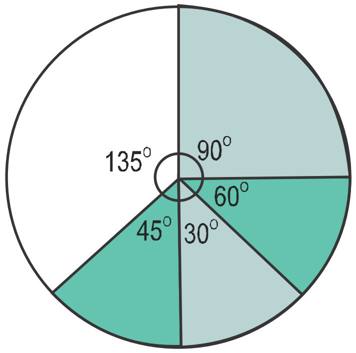
Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

3 نیچے دیا گیا راسی بار گراف ایک کمپنی کی 5 سال میں پنکھوں کی فروخت ظاہر کرتا ہے۔اب گراف پڑھیں اور سوالات کے جوابات دیں۔
(سکیل: x–ایکسز کے ساتھ 1 چھوٹا خانہ 200 پنکھے کی فروخت ظاہر کرتا ہے)



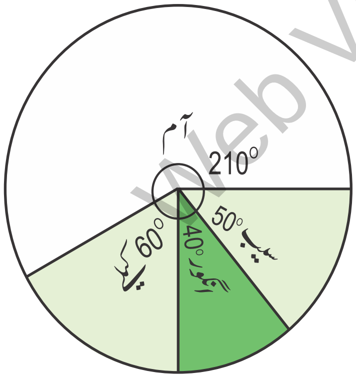

(i) گراف سے ہمیں کیا معلومات حاصل ہو رہی ہے؟
(ii) ہر سال کی پنکھوں کی فروخت لکھیں۔
(iii) 2006 اور 2010 میں پنکھوں کی فروخت میں کیا فرق ہے؟
(iv) 5 سال کی اوسط پنکھوں کی فروخت کیا ہے؟
(v) پنکھوں کی فروخت کا بہترین سال کون سا ہے؟
(vi) 2006 اور 2010 کی فروخت میں کیا نسبت ہے؟

## 13.3 پائی گراف




ایسا گراف جس میں مواد کو دائرے کے قطعوں میں ظاہر کیا جائے پائی گراف کہلاتا ہے۔کسی مواد کے باہم موازنہ کے لیے ہم عموماً پائی گراف استعمال کرتے ہیں۔اگر چہ پائی گراف کو بنانا بار گراف اور لائن گراف بنانے سے تھوڑا مشکل ہوتا ہے کیوں کہ اِس میں حسابی عمل اور جیومیٹریکل انسٹرومینٹس یعنی زاویہ کی پیائش کے لیے پروٹریکٹر اور دائرہ بنانے کے لیے پُرکار کا استعمال کچھ زیادہ ہوتا ہے۔ہم اِس کو نیچے دی گئی مثال سے واضح کریں گے۔

مثال 1: نیچے دیا گیا پائی گراف پڑھیں جو کہ 900 لڑکوں کا پسندیدہ پھل ظاہر کر رہا ہے۔




(i) کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل آم ہے؟
(ii) کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل کیلا ہے؟
(iii) کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل سیب ہے؟
(iv) کتنے لڑکوں کا پسندیدہ پھل انگور ہے؟

حل: ہم دیے گئے زاویے کی مدد سے مقدار معلوم کر سکتے ہیں۔اِس مقصد کے لیے ہم درج ذیل فارمولا استعمال کرتے ہیں۔

$$\text{مطلوبہ مقدار} = \frac{\text{دیا گیا زاویہ}}{360} \times \text{کل مقدار}$$

آم بطورِ پسندیدہ پھل $= \frac{\overset{7}{\cancel{210}}}{\underset{12}{\cancel{360}}} \times \overset{75}{\cancel{900}}$ لڑکے $= 525$ لڑکے

کیلا بطورِ پسندیدہ پھل $= \frac{\overset{12}{\cancel{60}}}{\underset{6}{\cancel{360}}} \times \overset{150}{\cancel{900}}$ لڑکے $= 150$ لڑکے

سیب بطورِ پسندیدہ پھل $= \frac{\overset{25}{\cancel{50}}}{\underset{180}{\cancel{360}}} \times \overset{5}{\cancel{900}}$ لڑکے $= 125$ لڑکے

انگور بطورِ پسندیدہ پھل $= \frac{\overset{1}{\cancel{40}}}{\underset{9}{\cancel{360}}} \times \overset{100}{\cancel{900}}$ لڑکے $= 100$ لڑکے

Web Version of PCTB Textbook
Not for sale

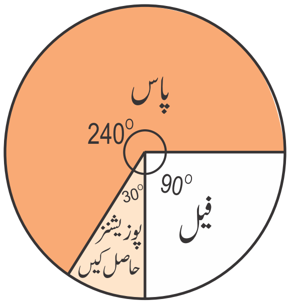
## مشق 13.3

**1** نیچے دیا گیا پائی گراف ایک جماعت کے 120 طلبا کا نتیجہ ظاہر کر رہا ہے۔ پائی گراف پڑھیں اور سوالات کے جواب دیں۔

(i) کتنے طلبا نے امتحان پاس کیا؟

(ii) کتنے طلبا نے پوزیشنز حاصل کیں؟

(iii) کتنے طلبا فیل ہوئے؟




**2** ایک میڈیا رپورٹر نے 1800 لڑکیوں کی ٹی وی پروگرامز کے حوالے سے پسندیدگی کا ایک چارٹ بنایا۔ پائی چارٹ کو استعمال کرتے ہوئے سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) کتنی لڑکیوں نے اسٹیج شوز کی پسندیدگی ظاہر کی؟

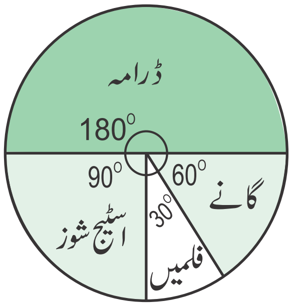
(ii) کتنی لڑکیوں نے ڈراموں کی پسندیدگی ظاہر کی؟

(iii) کتنی لڑکیوں نے فلموں کی پسندیدگی ظاہر کی؟

(iv) کتنی لڑکیوں نے گانوں کی پسندیدگی ظاہر کی؟

(v) لڑکیوں کا سب سے زیادہ پسندیدہ پروگرام کون سا ہے؟

(vi) لڑکیوں کا سب سے کم پسندیدہ پروگرام کون سا ہے؟




**3** ایک ٹیچر نے 720 طلباء کی مختلف کھیلوں میں پسندیدگی کو ظاہر کرنے کے لیے پائی گراف بنایا۔ یہ پائی گراف استعمال کریں اور سوالات کے جوابات دیں۔

(i) پائی گراف کو کتنے قطعوں میں تقسیم کیا گیا؟

(ii) کون سے کھیلوں کے قطعات برابر ہیں؟

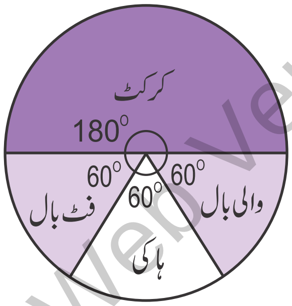
(iii) کتنے طلبا کرکٹ کھیلنا پسند کرتے ہیں؟

(iv) کتنے طلبا والی بال کھیلنا پسند کرتے ہیں؟

(v) کون سا کھیل زیادہ کھیلا جاتا ہے؟

(vi) کتنے طلبا فٹ بال اور والی بال کھیلنا پسند کرتے ہیں؟

(vii) کتنے طلبا کرکٹ اور ہاکی کھیلنا پسند کرتے ہیں؟




### خلاصہ

- مواد معلومات اور حقائق کا ایک سیٹ ہوتا ہے جس کو اشکال کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- ایسا مواد جو انفرادی معلومات فراہم کرے غیر گروہی مواد کہلاتا ہے۔
- گراف ایک ایسی ڈرائنگ ہوتی ہے جو اعداد اور مقداروں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔
- ایسا گراف جس میں عمودی پٹیاں استعمال ہوں تو عمودی بار گراف اور اگر اُفقی پٹیاں استعمال ہوں تو اُفقی بار گراف کہلاتا ہے۔
- پائی گراف کسی مواد کے باہم اندرونی موازنہ کے لئے استعمال ہوتا ہے۔



Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

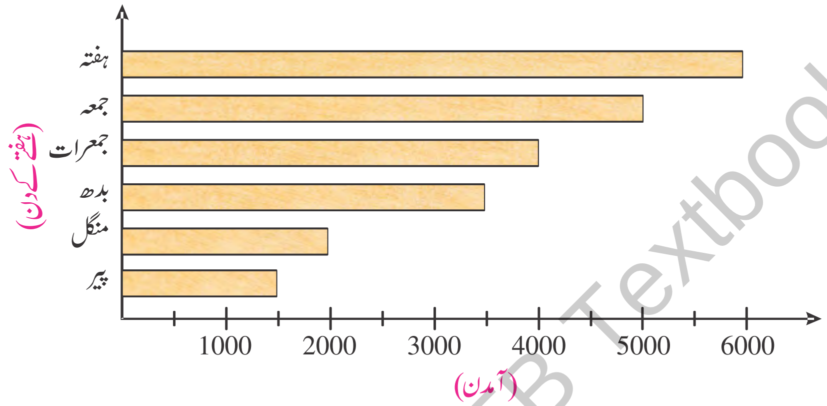
# نظرِ ثانی مشق 13

**1** مختلف گیمز کھیلنے والے طلبا کی تعداد نیچے دی گئی ہے۔

بیڈمنٹن = 20 ، ہاکی = 25 ، فٹ بال = 20 ، کیرم = 10 ، کرکٹ = 30 اور والی بال = 25

اِس معلومات کو بار گراف کی مدد سے ظاہر کریں۔

**2** نیچے دیا گیا بار گراف طارق کی ہفتے کے چھے دِنوں کی آمدن ظاہر کرتا ہے۔




- گراف پڑھیں اور سوالات کے جوابات دیں۔

(i) طارق کی چھے دِنوں کی آمدن کیا ہے؟

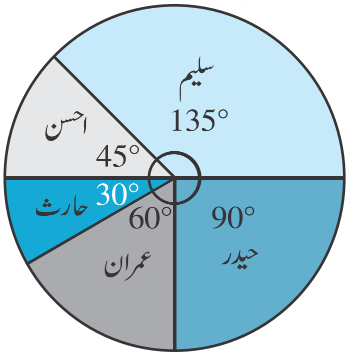
(ii) کون سے دِن اُس کو سب سے زیادہ آمدن ہوئی؟

(iii) کون سے دِن اُس کو سب سے کم آمدن ہوئی؟

(iv) گراف ہمیں کون سی معلومات فراہم کر رہا ہے؟

(v) ہفتہ اور پیر کی آمدن میں کیا نسبت ہے؟

**3** ایک طالب علم نے کالج یونین کے صدر کی سیٹ پر ہونے والے الیکشن کو ظاہر کرنے کے لئے پائی چارٹ بنایا۔




اگر کُل 6480 ووٹ ڈالے گئے ہوں تو اُوپر دیے گئے پائی چارٹ کی مدد سے نیچے دیے گئے سوالات کے جوابات دیں۔

(i) احسن کو کتنے ووٹ ملے؟

(ii) حیدر کو کتنے ووٹ ملے؟

(iii) عمران کو کتنے ووٹ ملے؟

(iv) سلیم کو کتنے ووٹ ملے؟

(v) حارث کو کتنے ووٹ ملے؟

(vi) یونین کے صدر کی سیٹ کِس کو ملی؟

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

# معروضی مشق 13

**1** درج ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) مواد کیا ہے؟

(ii) گروہی مواد کا مطلب کیا ہوتا ہے؟

(iii) مواد کے دو درجوں کے نام بتائیں۔

(iv) غیر گروہی مواد کی تعریف کریں۔

(v) بار گراف کی دو اقسام کے نام بتائیں۔

(vi) پائی گراف ہم کیوں استعمال کرتے ہیں؟

(vii) پائی گراف میں زاویوں کا مجموعہ کیا ہوتا ہے؟

**2** خالی جگہوں کو پُر کریں۔

(i) عموماً ادارے معلومات.....................کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔

(ii) مواد کی درجہ بندی.....................حصّوں میں کی جاسکتی ہے۔

(iii) .....................ایک ایسی ڈرائنگ ہوتی ہے جو اعداد اور مقداروں کے درمیان تعلق کو ظاہر کرتی ہے۔

(iv) ایسا گراف جس میں.....................پٹیاں استعمال ہوں تو اُفقی بار گراف کہلاتا ہے۔

(v) ایسا گراف جس میں معلوماتی مواد کو مستطیلی پٹیوں کی مدد سے ظاہر کیا جائے.....................گراف کہلاتا ہے۔

(vi) گراف بناتے ہوئے.....................کو چُننے کے لئے کوئی مخصوص فارمولا نہیں ہوتا۔

(vii) گراف کو بنانے کے لیے جو شعاعیں استعمال ہوتی ہیں.....................کہلاتی ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

# جوابات

## مشق 1.1

1. (i)،(iii)،(v)،(vi)،(viii)اور(ix) سیٹ ہیں۔
(ii)،(iv)اور(vii) سیٹ نہیں ہیں۔
2. (ii)،(iv)،(vii)،(viii)اور(xi) غلط بیانات ہیں۔
(i)،(iii)،(v)،(vi)،(ix)،(x)اور(xii) دُرست بیانات ہیں۔
3. (i) ∉ (ii) ∈ (iii) ∈ (iv) ∉ (v) ∈
(vi) ∈ (vii) ∉ (viii) ∉ (ix) ∈ (x) ∈
4. (i) 0 ∈ W (ii) لاہور ∉ P (iii) 1 ∉ E (iv) سندھ ∉ B
(v) آلو ∈ V (vi) 0 ∈ A (vii) c ∉ C (viii) آم ∉ F
(ix) 5 ∈ N (x) 4 ∉ O
5. A،B،F،G،J،KاورM سیٹ ہیں کیوں کہ ان کے ارکان واضح اور مختلف ہیں۔
C،DاورE سیٹ نہیں ہیں کیوں کہ ان کے ارکان مختلف نہیں ہیں۔
H،IاورL سیٹ نہیں ہیں کیوں کہ ان کے ارکان واضح نہیں ہیں۔
6. (i) پاکستان،انڈیا،چین،امریکہ،جاپان (ii) کرکٹ،ہاکی،فٹ بال
(iii) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
(iv) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 (v) a, e, i, o, u
(vi) ستمبر،اکتوبر،نومبر،دسمبر (vii) ہفتہ،اتوار،پیر،منگل،بدھ،جمعرات،جمعہ
(viii) سبز،سفید (ix) راوی،چناب،ستلج،جہلم،سندھ
(x) محرم،رمضان،شوال

## مشق 1.2

1.
A = 7 سے کم قدرتی اعداد کا سیٹ ، B = 100 سے کم مکمل اعداد کا سیٹ
C = چار کھیلوں کا سیٹ ، E = تمام جفت اعداد کا سیٹ
N = قدرتی اعداد کا سیٹ ، F = چار سبزیوں کا سیٹ
W = مکمل اعداد کا سیٹ ، O = طاق اعداد کا سیٹ
X = خاندان کے چار افراد کا سیٹ

2. A = {بلال،بابر،بدر} ، B = {ارم،افرا،اقرا}
C = {بکری،گائے،مرغی،کتا} ، D = {چڑیا،کوا،طوطا،کبوتر،کوئل}
E = {بے نظیر،نواز شریف،شوکت عزیز}
F = {لاہور،کراچی،سیالکوٹ،فیصل آباد،اسلام آباد}
G = {b, a, n} ، I = {a, u} ، J = {2007, 2008}
K = {ڈبل روٹی،انڈہ،کیک}

## مشق 1.3

1. (ii)،(iv)اور(v) خالی سیٹ ہیں کیوں کہ اِس طرح کے ارکان کا کوئی وجود نہیں ہوتا۔
2. A،C،DاورF متناہی سیٹ ہیں جب کہ B،EاورG غیر متناہی سیٹ ہیں۔

3. (i)،(v)،(vi)اور(vii) غیر مترادف سیٹ ہیں۔ (ii)،(iii)اور(iv) مترادف سیٹ ہیں۔
4. (i)اور(ii) مساوی سیٹ ہیں۔ (iii)اور(iv) مساوی سیٹ نہیں ہیں۔
5. (i)،(iii)،(v)اور(vi) غلط بیانات ہیں۔ (ii)اور(iv) درست بیانات ہیں۔

## نظر ثانی مشق 1

1. (i) {جنوری،فروری،مارچ،اپریل}
(ii) {U, V, W, X, Y, Z} (iii) {3, 5, 7, 9, 11}
(iv) {پیلا،نیلا،سبز،سرخ} (v) {زمین،مریخ،وینس}
2. (i)،(ii)اور(iii) سیٹ نہیں ہیں کیونکہ ان کے ارکان مختلف نہیں ہیں۔
(iv)اور(v) سیٹ نہیں ہیں کیونکہ اِن کے ارکان واضح نہیں ہیں۔
3. (i) {2, 4, 6, 8, 10} (ii) {18, 19, 20, 21, 22}
(iii) {O, R, A, N, G, E} (iv) {0, 1, 2, 3, 4}
4. (i) متناہی سیٹ (ii) غیر متناہی سیٹ (iii) خالی سیٹ
5. (i)اور(iii) مترادف سیٹ ہیں۔
(ii)اور(iv) غیراسترادف سیٹ ہیں۔
6. (i) $B = \{t, \underline{e}, r, h, \underline{a}\}$ (ii) $B = \{\underline{2}, \underline{4}, 0\}$
(iii) B = {سیب، آم، سنگترہ}

## معروضی مشق 1

1. (i) چند مختلف مگر واضح اشیا کے مجموعے کو سیٹ کہتے ہیں۔
(ii) علامت ∈ کا مطلب ہوتا ہے کہ یہ سیٹ کا رُکن ہے۔
(iii) بیانیہ اور اندراجی طریقہ
(iv) مختلف سے مراد ہے کہ سیٹ میں ایک جیسے ارکان صرف ایک بار ہی آنے چاہییں۔
(v) دو سیٹ مساوی ہیں۔
2. (i) غیر مترادف (ii) واضح (iii) ∉ (iv) خالی (v) غیر مترادف
3. (i) d (ii) c (iii) c (iv) a (v) b (vi) d

## مشق 2.1

1. (i) اگلا عدد = 37 ، پچھلا عدد = 35
(ii) اگلا عدد = 75 ، پچھلا عدد = 73
(iii) اگلا عدد = 200 ، پچھلا عدد = 198
(iv) اگلا عدد = 351 ، پچھلا عدد = 349
(v) اگلا عدد = 790 ، پچھلا عدد = 788
2. 510، 511، 512 3. 5، 4، 3، 2، 1
4. (i) 435 (ii) 989 (iii) 1010 (iv) 5342 (v) 10100 (vi) 13971
5. (i) 10، 11، 12، 13، 14 (ii) 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6 (iii) 16، 17، 18، ...
(iv) 74، 75، 76، 77، 78، 79، 80، 81، 82، 83، 84، 85، 86، 87، 88، 89، 90، 91، 92، 93، 94، 95، 96، 97، 98
(v) 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

(vi) 5، 6، 7، 8، ...

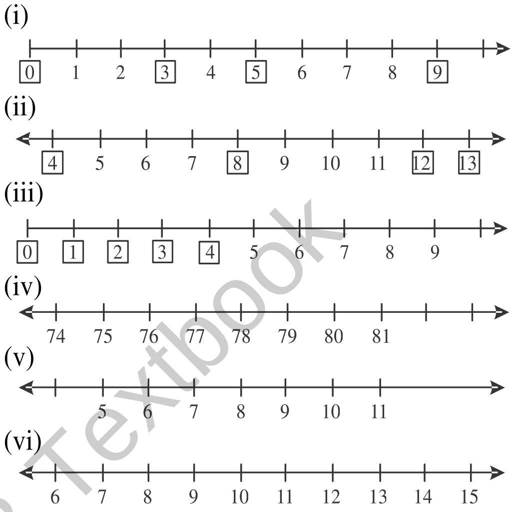
(vii) 57، 58، 59، 60، 61، 62، 63، 64

(viii) 82، 83، 84، 85، 86، 87، 88، 89، 90، 91، 92، 93

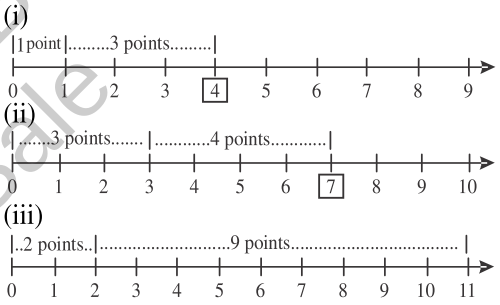
(ix) 24، 25، 26، 27، 28، 29، 30، 31، 32، 33، 34

(x) 48، 49، 50، 51

.6




.7




## مشق 2.2

.1 (i) 1218 (ii) 852 (iii) 455 (iv) 486 (v) 5929 (vi) 3192 (vii) 2447 (viii) 1335 (ix) 1556

.2
(i) $\boxed{7}43 + 25\boxed{4} = 9\boxed{9}7$
(ii) $491 + \boxed{1}8\boxed{5} = 6\boxed{7}6$
(iii) $\boxed{1}23 + 2\boxed{8}4 + 34\boxed{5} = 752$
(iv) $697 - \boxed{5}5\boxed{3} = 1\boxed{4}4$
(v) $2\boxed{3}6 - \boxed{1}6\boxed{0} = 0\boxed{7}6$
(vi) $632\boxed{3} - \boxed{4}\boxed{3}\boxed{0}9 = 2014$

.3 10 .4 199 .5 1 .6 1

## مشق 2.3

.1 (i) $14+\boxed{9}=9+14$

(ii) $(1+\boxed{4})+2=\boxed{1}+(4+2)$

(iii) $(\boxed{1}+\boxed{3})+5=1+(3+\boxed{5})$

(iv) $4+11=\boxed{11}+\boxed{4}$

(v) $(5+7)+9=\boxed{5}+(\boxed{7}+\boxed{9})$

(vi) $\boxed{6}+7=\boxed{7}+6$

(vii) $11+\boxed{13}=13+\boxed{11}$

(viii) $(5+\boxed{10})+\boxed{15}=\boxed{5}+(10+15)$

## مشق 2.4

.1 (i) 5394 (ii) 5369 (iii) 7777 (iv) 68400 (v) 31248 (vi) 235458 (vii) 273948 (viii) 166911 (ix) 378852

.2 (i) 68 (ii) 125 (iii) 223 (iv) 1122 (v) 118 (vi) 121 (vii) 56 (viii) 234 (ix) 111

.3 99000 .4 112 .5 984

## مشق 2.5

.1 (i) $\boxed{4}\times2=\boxed{2}\times 4$ (ii) $7\times9=\boxed{9}\times\boxed{7}$

(iii) $3\times(9-6)=3\times9-3\times\boxed{6}$ (iv) $5\times\boxed{6}=6\times\boxed{5}$

(v) $2\times(1+2)=\boxed{2}\times1+2\times2$

(vi) $7+(1+6)=(7+1)+\boxed{6}$

(vii) $3\times(2\times5)=(\boxed{3}\times\boxed{2})\times\boxed{5}$

(viii) $1\times(\boxed{11}-\boxed{12})=\boxed{1}\times11-\boxed{1}\times12$

(ix) $\boxed{2}\times(11\times9)=(2\times11)\times\boxed{9}$

(x) $9\times(\boxed{5}+4)=\boxed{9}\times5+\boxed{9}\times\boxed{4}$

## نظرثانی مشق 2

.1 0، 1، 2، 3

.4 (i) 1000 (ii) 3579 (iii) 7709 (iv) 211 (v) 5504 (vi) 9000 (vii) 110889 (viii) 5535 (ix) 881892 (x) 118 (xi) 121 (xii) 123

## معروضی مشق 2

.1 (i) عدد ایک نظریہ ہے جو سوال ''کتنے ہیں؟'' کا جواب دیتا ہے۔

(ii) ایسی علامات جو اعداد کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہیں۔

(iii) 0 اور مکمل عدد کا مجموعہ ہمیشہ مکمل عدد خود ہوتا ہے۔

(iv) 1

(v) دو اعداد کی ترتیب بدلنے سے اُس کے نتیجے میں تبدیلی نہیں آتی۔

.2 (i) 0 (ii) قدرتی (iii) جفت (iv) مکمل (v) ضربی

.3 (i) d (ii) b (iii) c (iv) d (v) d

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 3.1

1. (i) 1، 3، 7، 21
(ii) 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36
(iii) 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 16، 24، 48
(iv) 1، 3، 9، 11، 33، 99

2. (i) 3، 6، 9، 12، 15 (ii) 5، 10، 15، 20، 25
(iii) 9، 18، 27، 36، 45 (iv) 12، 24، 36، 48، 60

3. (i)، (v) اور (viii) طاق اعداد ہیں۔
(ii)، (iii)، (iv)، (vi) اور (vii) جفت اعداد ہیں۔

4. (i) 11، 13، 17، 19، 23، 29، 31، 37، 41، 43، 47
(ii) 29، 31، 37، 41، 43، 47، 51، 53، 59
(iii) 37، 41، 43، 47 (iv) 79، 83، 89

5. 5 کے اضعاف ہیں: 5، 10، 15، 20، 25، 30، 35، 40، 45، 50، 55، 60، 65، 70، 75، 80، 85، 90، 95
10 کے اضعاف ہیں: 10، 20، 30، 40، 50، 60، 70، 80، 90

6. 3 کے اضعاف ہیں: 3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، 24، 27، 30، 33، 36، 39، 42، 45، 48
4 کے اضعاف ہیں: 4، 8، 12، 16، 20، 24، 28، 32، 36، 40، 44، 48

7. 4، 6، 8، 9، 10، 12، 14، 15، 16، 18
8. 44، 45، 46، 48، 49
9. 2، 3، 5، 7، 11، 13

## مشق 3.2

1. i، ii، iv، viii، ix اور xii طاق اعداد ہیں۔
iii، v، vi، vii، x اور xi جفت اعداد ہیں۔

2. i، vi، vii، x، xii سے 3 قابل تقسیم ہیں۔ ii، iv، v، xi سے 4 قابل تقسیم ہیں۔
iii، vii، viii، ix، x سے 5 قابل تقسیم ہیں۔

3. i، iii، iv، vi، ix، x، xi، xii سے 8 قابل تقسیم ہیں۔
ii، v، vii، viii، ix، x، xi سے 9 قابل تقسیم ہیں۔

4. iii، v، vi، viii سے 11 قابل تقسیم ہیں۔

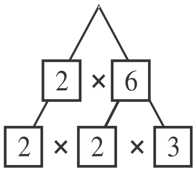
5. i، ii، iv، vi، viii، ix، xi سے 12 قابل تقسیم ہیں۔
iv، v، vii، x، xii سے 15 قابل تقسیم ہیں۔

6. i، ii، iv، vi سے 25 قابل تقسیم ہیں۔

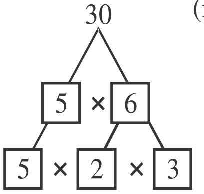
## مشق 3.3

1. (i) $13^3$ (ii) $7^4$ (iii) $29^2$
(iv) $5^6$ (v) $11^4$ (vi) $3^6$
(vii) $2^3 \times 3^2 \times 5^2$ (viii) $7^2 \times 11 \times 23^2$

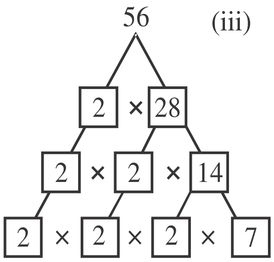
2. (i)




(ii)

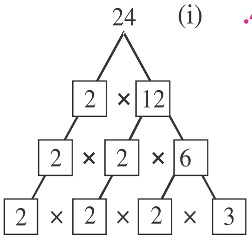



(iii)

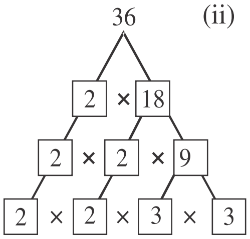



3. (i) $2^2 \times 5$ (ii) $2^2 \times 3^2$ (iii) $2 \times 7^2$
(iv) $3^2 \times 5^2$ (v) $2^3 \times 3^3$ (vi) $3^2 \times 7^2$
(vii) $2^8$ (viii) $2^3 \times 7^2$
(ix) $2 \times 3 \times 5^3 \times 7$ (x) $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$
(xi) $2 \times 3 \times 7^3$ (xii) $2^5 \times 3 \times 13$

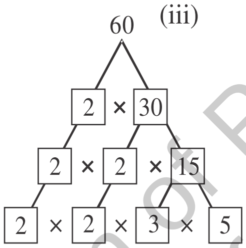
4. (i)



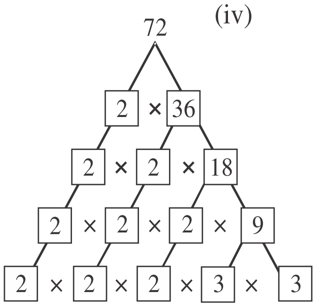

(ii)



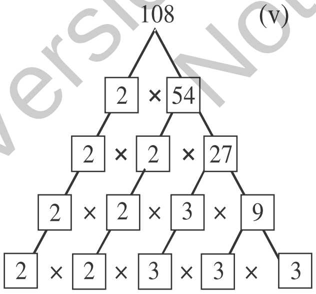

(iii)



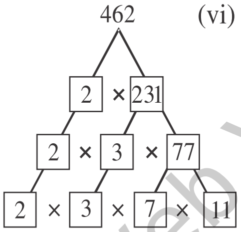

(iv)



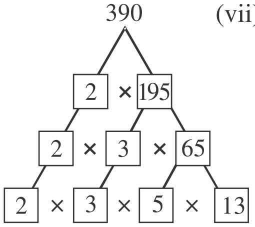

(v)



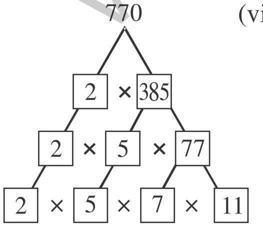

(vi)




(vii)




(viii)




## مشق 3.4

1. (i) 1، 2 (ii) 1، 2، 4 (iii) 1، 5 (iv) 1، 2، 3، 6 (v) 1، 2، 5، 10 (vi) 1، 2، 4

2. (i) 12 (ii) 5 (iii) 7 (iv) 3 (v) 13 (vi) 4
(vii) 2 (viii) 22 (ix) 5

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

3. (i) 6 (ii) 11 (iii) 18 (iv) 24 (v) 22 (vi) 12 (vii) 2 (viii) 11 (ix) 7

4. (i) 8 (ii) 7 (iii) 23 (iv) 2 (v) 27 (vi) 4 (vii) 2 (viii) 31 (ix) 133

## مشق 3.5

1. (i) 4 (ii) 30 (iii) 12 (iv) 56 (v) 18 (vi) 24 (vii) 14 (viii) 30 (ix) 18 (x) 18 (xi) 24 (xii) 66

2. (i) 72 (ii) 80 (iii) 180 (iv) 308 (v) 160 (vi) 540 (vii) 225 (viii) 252 (ix) 72 (x) 1575 (xi) 315 (xii) 150

3. (i) 162 (ii) 630 (iii) 7700 (iv) 1260 (v) 8400 (vi) 3600

4. 5775 5. 60 6. 203 7. 208

## مشق 3.6

1. 36 2. 75 3. 9 میٹر 4. 36 میٹر

5. (i) 36 مربع سینٹی میٹر (ii) 12 6. 23940 سینٹی میٹر

7. 170 لٹر 8. 52 طلبا 9. 2 : 04 p.m

10. 25 سینٹی میٹر × 25 سینٹی میٹر

## نظرثانی مشق 3

1. (i) 2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، 16، 18، 20، 22، 24، 26، 28، 30، 32، 34، 36، 38
(ii) 5، 10، 15، 20، 25، 30، 35 (iii) 7، 14، 21، 28، 35
(vi) 9، 18، 27، 36

2. جفت اعداد = 2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، 16، 18
طاق اعداد = 1، 3، 5، 7، 9، 11، 13، 15، 17، 19
مفرد اعداد = 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19
مرکب اعداد = 4، 6، 8، 9، 10، 12، 14، 15، 16، 18

3. i، iii، iv، vi، vii اور viii 2 سے قابلِ تقسیم ہیں۔
i، ii، v، vi، vii اور viii 3 سے قابلِ تقسیم ہیں۔
i، ii، iii اور v 5 سے قابلِ تقسیم ہیں۔

4. (i) $2^2\times3^2\times5^2$ (ii) $2^4\times3^4$ (iii) $2^4\times3^2\times7^2$
(iv) $2^2\times3^4\times11^2$

5. (i) 24 (ii) 35 (iii) 11
6. (i) 11 (ii) 7 (iii) 5
7. (i) 600 (ii) 702 (iii) 5250
8. (i) 4212 (ii) 11550 (iii) 4368
9. 277488 10. 69

## معروضی مشق 3

1. (i) ایسا عدد جو دیے گئے عدد کو پورا پورا تقسیم کر دے۔
(ii) ایسا عدد جس کے صرف دو عاد ہوں؛ 1 اور خود عدد۔
(iii) 1
(iv) کوئی عدد 3 سے قابلِ تقسیم ہوتا ہے اگر اُس کے ہندسوں کا مجموعہ بھی 3 سے پورا پورا تقسیم ہو جائے۔
(v) کسی عدد کو مفرد عادوں کی مدد سے لکھنا۔
(vi) HCF × LCM = پہلا عدد × دوسرا عدد

2. (i) باہم مفرد (ii) مرکب (iii) 2 (iv) 2 (v) تجزی

3. (i) a (ii) b (iii) b (iv) d (v) a

## مشق 4.1

2. (i) > (ii) < (iii) < (iv) < (v) > (vi) <

3. −101 4. −199

5. (i) 5، 4، 3 (ii) 2، 1، 0، −1
(iii) −2، −3، −4، −5 (iv) 3، 2، 1، 0، −1، −2

6. (i) 2، 1 (ii) −1، −2 (iii) −2، −1

7. −1، 0، 1 8. 2، 1، 0، −1

9. (i) 3 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 9 (v) 6 (vi) 2

10. 0

11. (i) نزولی = 1، 0، −2، −4 صعودی = −4، −2، 0، 1
(ii) نزولی = 1، 0، −3، −4 صعودی = −4، −3، 0، 1
(iii) نزولی = 3، 2، −2، −3 صعودی = −3، −2، 2، 3

## مشق 4.2

1. (i) −4 (ii) −6 (iii) +4 (iv) −1 (v) −6 (vi) −9

2. (i) +7 (ii) +16 (iii) −10 (iv) −16 (v) +8 (vi) −1 (vii) −4 (viii) −6 (ix) −3 (x) −24 (xi) +35 (xii) −46

3. (i) −3 (ii) +10 (iii) −15 (iv) +2 (v) −11 (vi) +19 (vii) −50 (viii) −100

4. (i) +9 (ii) −7 (iii) +7 (iv) −4 (v) +100 (vi) −23

## مشق 4.3

1. (i) +3 (ii) +3 (iii) −4 (vi) +2 (v) +19 (vi) −25 (vii) +8 (viii) −21 (ix) +90 (x) −32 (xi) +235 (xii) −30

2. (i) +9 (ii) +4 (iii) +2 (iv) +5 (v) +6 (vi) −16

3. (i) +2 (ii) −13 (iii) +22 (iv) −11 (v) +3 (vi) +25

4. +222 5. −33

## مشق 4.4

1. (i) −18 (ii) −9 (iii) −16 (iv) +11 (v) −8 (vi) +3 (vii) + (viii) −

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

2. (i) +12 (ii) +12 (iii) −25
(iv) −56 (v) +36 (vi) −24
(vii) +50 (viii) −77 (ix) +72
(x) +72 (xi) −150 (xii) −49
(xiii) +36 (xiv) +65 (xv) −880

3. (i) +1 (ii) −24 (iii) −72
(iv) −108 (v) +3200 (vi) +4500

## مشق 4.5

1. (i) +6 (ii) +4 (iii) +13
(iv) +9 (v) −9 (vi) −2
(vii) −20 (viii) +9 (ix) −5
(x) +3

2. (i) 4 (ii) 8 (iii) −20
(iv) −5 (v) −72 (vi) 13
(vii) 2 (viii) −4 (ix) 3

3. (i) 14 (ii) −13 (iii) 4
(iv) −7 (v) −9 (vi) −50

## نظرثانی مشق 4

2. (i) 6 (ii) 28 (iii) 43
3. (i) +1, 0, −1, −6, −10 (ii) +4, +3, +2, −2, −3, −4
5. (i) +61 (ii) −20 (iii) −28 (iv) +36
6. (i) −13 (ii) +15 (iii) −11 (iv) −12

## معروضی مشق 4

1. (i) مکمل اعداد اور منفی اعداد مل جائیں تو صحیح اعداد کہلاتے ہیں۔
(ii) 1 (iii) تفریق (iv) 0، −1

2. (i) مثبت (ii) 0 (iii) منفی (iv) سمتی اعداد

3. (i) a (ii) c (iii) d (iv) b (v) a

## مشق 5.1

1. $\frac{2}{3}$ 2. $2\frac{2}{3}$ 3. $2\frac{8}{15}$ 4. $\frac{2}{7}$ 5. $15\frac{5}{6}$
6. $1\frac{8}{15}$ 7. $7\frac{1}{2}$ 8. $1\frac{3}{4}$ 9. 5.125 10. 4.25
11. 8.055 12. 2.55 13. 11.232 14. 1.8852 15. 5.678

## مشق 5.2

1. 9 لٹر 2. 2 میٹر 3. $2\frac{5}{12}$ فیٹ 4. 3300 روپے
5. $4\frac{1}{2}$ گھنٹے 6. 196 پیپرز 7. 29.25 روپے 8. 977.5 روپے
9. 1018.59 روپے 10. 478 روپے

## نظرثانی مشق 5

1. $\frac{5}{24}$ 2. 5 3. $\frac{8}{9}$ 4. 1.375 5. 10.5
6. 107.163 7. $2\frac{1}{5}$ سینٹی میٹر 8. $\frac{11}{12}$ میٹر

## معروضی مشق 5

1. (i) (a) − (b) ( ) (c) { } (d) [ ]
(ii) BODMAS کے قانون کا مطلب چاروں عوامل کو دی گئی ترتیب سے حل کرنا ہے۔

| | |
|---|---|
| پہلا | بریکٹس کھولیں |
| دوسرا | تقسیم |
| تیسرا | ضرب |
| چوتھا | جمع |
| آخری | تفریق |

(iii) (a) آپ کیا جانتے ہیں؟
(b) آپ کیا جاننا چاہتے ہیں؟
(c) حل کے لیے مناسب حسابی عمل کون سا ہے؟
(iv) باکس بریکٹس

2. (i) BODMAS کا قانون (ii) بنیادی (iii) { }
(iv) پرینتھی سس (v) وِنی کُلم

3. (i) b (ii) d (iii) d (iv) b (v) a

## مشق 6.1

1. (i) 3 : 4 (ii) 2 : 7 (iii) 9 : 11
(iv) 1 : 13 (v) 5 : 6 (vi) 8 : 13
(vii) 14 : 23 (viii) 10:99 (ix) a : b
(x) x : y

2. (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{7}{4}$ (iii) $\frac{19}{20}$ (iv) $\frac{99}{100}$
(v) $\frac{1}{10}$ (vi) $\frac{4.1}{5.2}$ (vii) $\frac{a}{b}$ (viii) $\frac{x}{y}$

3. (i) 1 : 3 (ii) 5 : 8 (iii) 3 : 2
(iv) 6 : 1 (v) 7 : 1 (vi) 15 : 2
(vii) 1 : 3 (viii) 1 :20 (xii) 100 : 10 : 1
(ix) 6 : 4 : 3 (x) 3 : 4 : 5 (xi) 1 : 2 : 3

4. (i) 2 : 5 (ii) 5 :2 (iii) 1 : 5
(iv) 73 : 48 (v) 1 : 7 :15

5. (i) 1 : 10 (ii) 1 : 2 (iii) 4 : 5
(iv) 3 : 2 (v) 100 : 1 (vi) 1 : 6

## مشق 6.2

1. (i) P = 8 (ii) P = 1.5 (iii) P = 24
2. (i) x = 14 (ii) x = 9 (iii) x = 1 (iv) x = 3
3. 72 4. 12 5. 6 6. 9 مشینیں 7. 96 لٹر 8. 6 دِن
9. 28 دِن 10. 2250 روپے 11. 36 منٹس 12. مزید 72 افراد

## نظرثانی مشق 6

1. (i) 7 : 10 (ii) 5 : 17 (iii) 2 : 5 (iv) 2 : 3
2. (i) 1 : 5 (ii) 1 : 6 (iii) 5 : 6
3. (i) 7 : 15 (ii) 2 : 5 (iii) 2 : 15

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

.4 عثمان=425روپے، ولید=255روپے کُل = 850روپے
.5 280 میٹر .6 17لٹر .7 75 دِن .8 585 بکریاں

## معروضی مشق 6

.1 (i) دوہم جنس مقداروں کا باہمی عددی تعلق نسبت کہلاتا ہے۔
(ii) دونسبتوں میں برابری کے تعلق کو تناسب کہتے ہیں۔
(iii) تناسب کا پہلا اور چوتھا رکن
.2 (i) نسبت (ii) وسطین (iii) راست
.3 (i) a (ii) c (iii) d (iv) b (v) b

## مشق 7.1

.1 (i) $\frac{9}{20}$ ، 0.45 (ii) $\frac{3}{50}$ ، 0.06
(iii) $\frac{14}{25}$ ، 0.56 (iv) $\frac{24}{25}$ ، 0.96
(v) $\frac{9}{50}$ ، 0.18 (vi) $\frac{12}{25}$ ، 0.48
(vii) $\frac{39}{50}$ ، 0.78 (viii) $\frac{89}{100}$ ، 0.89
(ix) $\frac{17}{25}$ ، 0.68 (x) $\frac{3}{20}$ ، 0.15
(xi) $3\frac{1}{2}$ ، 3.5 (xii) $1\frac{3}{5}$ ، 1.6
.2 (i) 50% (ii) 25% (iii) 350% (iv) 12.5% (v) 30% (vi) 45% (vii) 59% (viii) 380%
.3

| | کسرِ عام | کسرِ اعشاریہ | نسبت | فی صد |
|---|---|---|---|---|
| (i) | $\frac{1}{2}$ | 0.5 | 1 : 2 | 50% |
| (ii) | $\frac{3}{5}$ | 0.6 | 3 : 5 | 60% |
| (iii) | $\frac{4}{5}$ | 0.8 | 4 : 5 | 80% |
| (iv) | $\frac{2}{3}$ | 0.67 | 2 : 3 | 66.67% |
| (v) | $\frac{1}{4}$ | 0.25 | 1 : 4 | 25% |
| (vi) | $\frac{3}{5}$ | 0.6 | 3 : 5 | 60% |
| (vii) | $\frac{7}{20}$ | 0.35 | 7 : 20 | 35% |
| (viii) | $\frac{14}{25}$ | 0.56 | 14 : 25 | 56% |
| (ix) | $\frac{1}{5}$ | 0.2 | 1 : 5 | 20% |
| (x) | $\frac{1}{40}$ | 0.025 | 1 : 40 | 2.5% |
| (xi) | $\frac{1}{60}$ | 0.017 | 1 : 60 | 1.67% |
| (xii) | $\frac{1}{8}$ | 0.125 | 1 : 8 | 12.5% |

.4 (i) 4 (ii) 16 (iii) 3
(iv) 35 (v) 90 (vi) 171
(vii) 39 (viii) 252 (ix) 370
(x) 285

## مشق 7.2

.1 60روپے .2 12.5% .3 45طلبا
.4 125 کلومیٹر .5 88% .6 9750ووٹر
.7 35% .8 2000روپے .9 80%
.10 28% .11 1190جوتے .12 150روپے
.13 خرچ کیے=1260روپے، بچائے=540روپے
.14 38.5% .15 60%

## مشق 7.3

.1 20روپے .2 24روپے .3 18%
.4 8.33% .5 نفع % = 35% .6 نقصان % = 4%
.7 (i) 4500روپے (ii) 5040روپے .8 305روپے
.9 (i) قیمت خرید = 1900روپے
(ii) قیمت فروخت = 1425روپے
.10 (i) قیمت خرید = 1250روپے
(ii) قیمت فروخت = 1750روپے
.11 (i) قیمت فروخت = 800 روپے
(ii) نفع % = 88.24%روپے
.12 (i) نفع (ii) 13.84% .13 (i) نفع (ii) 19.2%
.14 20% .15 600روپے .16 (i) 300 روپے (ii) 225 روپے
.17 900 روپے .18 439 روپے

## نظرثانی مشق 7

.1 8% (ii) 11.5% (iii) 83.33% (iv) 40%
.2 13% .3 23200 ووٹ
.4 بس سے 37.5%، ٹرین سے 62.5%
.5 12.5% .6 5.17% .7 7.7% .8 550 روپے .9 20%

## معروضی مشق 7

.1 (i) ایسی کسرِ عام جس کا مخرج 100 ہو فی صد کہلاتی ہے۔
(ii) کسرِ عام کو 100% سے ضرب دیں۔
(iii) قیمت خرید – قیمت فروخت = نفع
(iv) 100 میں سے
(v) قیمت فروخت – اصل قیمت = ڈسکاؤنٹ
.2 (i) % (ii) قیمت خرید (iii) قیمت خرید
(iv) کسرِ عام
.3 (i) b (ii) c (iii) b (iv) b (v) a

Web version of PCTB Textbook Not for Sale

## مشق 8.1

.1 i، ii، ix درست بیانات ہیں۔ iii، vi، vii غلط بیانات ہیں۔ iv، v، viii کھلے بیانات ہیں۔

.2 (i) $x = 4$ (ii) $P = 8$ (iii) $m = 5$ (iv) $x = 8$ (v) $x = 15$ (vi) $m = 7$ (vii) $m = \frac{1}{30}$ (viii) $m = \frac{3}{2}$ (ix) $x = 0.7$ (x) $x = 14$ (xi) $p = 6$ (xii) $m = 2$

## مشق 8.2

.1 (i) $x + y$ (ii) $a - b$ (iii) $mn$ (iv) $\frac{p}{q}$ (v) $3x + 2y$ (vi) $5a - 4b$ (vii) $xy$ (viii) $\frac{p+q}{r}$ (ix) $\frac{l}{2}(n - m)$

.2
(i) عددی سر = 5، اساس = $x$، قوت نما = 1
(ii) عددی سر = 16، اساس = p، قوت نما = 2
(iii) عددی سر = 18، اساس = $l$، قوت نما = 3
(iv) عددی سر = −6، اساس = k، قوت نما = 5
(v) عددی سر = $\frac{2}{3}$، اساس = q، قوت نما = −1
(vi) عددی سر = $\frac{1}{3}$، اساس = y، قوت نما = −2

.3 (i) $a^3$ (ii) $x^2$ (iii) $x^2y^2$ (iv) $m^4$ (v) $p^3q^3$ (vi) $a^2b^2c^2$

.4 (i) $2a$، $3b$ (ii) $l$، $-2m$، $4n$ (iii) $9a^2$، $-12b^2$ (iv) $p^2$، $2q^2$، $-r^2$ (v) $a$، $8b$، $-4c$ (vi) $2lm$، $-3mn$، $-4nl$ (vii) $3xy^2$، $4x^2y$، $9$ (viii) $\frac{2}{5}xy$، $\frac{1}{3}yz$، $\frac{3}{5}xz$ (ix) $\frac{a}{b}$، $\frac{b}{c}$، $\frac{c}{a}$

.5 (i) $a + b$ (ii) $x - y$ (iii) $l + m - n$ (iv) $p + pq + qr$ (v) $xy^2 + xz^2 + yz^2$ (vi) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ (vii) $16a^2 - 8b^2$ (viii) $\frac{l}{m} - \frac{m}{n} - \frac{n}{l}$ (ix) $2ab + 4ac - 3bc$

## مشق 8.3

.1 (i) $4x$ (ii) $9y$ (iii) $10m$ (iv) $10a + 3b$ (v) $5p + q$ (vi) $2x + 3y$ (vii) $19a + 9b$ (viii) $m + 9n$ (ix) $3x + y + 2z$ (x) $3p + 3q + r$

.2 (i) $(2p + q)$ چاکلیٹس (ii) $(m + 2n + 3l)$ کتابیں (iii) $(3x + y)$ گولیاں

.3 (i) $b(a + 3c)$ (ii) $xy(3x + y)$ (iii) $6m^3 + 5m^2 + 1$ (iv) $2a^2 + 7ab + b^2$ (v) $x^2 - 2xy + y^2$ (vi) $p - 3q - r$

.4 (i) $3a^2 - ab + b^2$ (ii) $2y(2x^2 + y)$ (iii) $6(lm + mn + nl)$ (iv) $5p + 6q + 4r$ (v) $2a + 2b + 7$

.5 (i) $2a + 3b + 4c$ (ii) $x + 2y$ (iii) $2s + st + t + 3g$ (iv) $3p - 2r$ (v) $2(lm + mn + nl)$

## مشق 8.4

.1 (i) $2x$ (ii) $11a$ (iii) $2$ (iv) $-2n$ (v) $p + r$ (vi) $x^3 - x^2 - 2x + 3$ (vii) $x^3 + y^3 - 1$ (viii) $9y^2 + 2xy^2 + 6xy + x^2$ (ix) $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ (x) $x^2 - 5xy + 2y^2$

.2 $-l - m - 5n$

.3 $3a^3 + 4a^2 - 3a - 8$

.4 $5x^5 + 9x^4 - 11x^3 + 4x + 8$

.5 (i) $2b$ (ii) $2(c - b)$ (iii) $2c$ (iv) $2(a + b)$ (v) $2(a + c)$ (vi) $2(a + b + c)$ (vii) $a - b + 3c$ (viii) $a + b + 3c$ (ix) $-a + b - c$ (x) $2(a + 2c)$

.6 $x^3 - x^2 - xy - y^2 + 2$

.7 $p^4 + p^3 + p^2 + p$

## مشق 8.5

.1 (i) $5a$ (ii) $2x$ (iii) $5(l - m)$ (iv) $2y$ (v) $x^2 + 2xy + y^2$ (vi) $9a^4 + 6a^2 + 1$ (vii) $x^2$ (viii) $-7l + 10m$ (ix) $12a + b + 6c$ (x) $3x^2 - 2xy - y^2$ (xi) $200b$ (xii) $17a - 2b$ (xiii) $3a + 2b - c$ (xiv) $15(x - y)$ (xv) $2(x^2 - y^2)$

## مشق 8.6

.1 (i) 3 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 4 (v) 1 (vi) 2 (vii) 3 (viii) 8 (ix) 2 (x) 3 (xi) 8 (xii) 6 (xiii) 2 (xiv) 3 (xv) 4

.7 1

.8 5

## نظرثانی مشق 8

.1 (i) $x^2 + 4x - 1$ (ii) $2x^2 - 11x + 6$ (iii) $7a - b - c$ (iv) $-5a + c$ (v) $14l^2 - 13m - 18n^3$ (vi) $p^2 + q^3$

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

2. (i) $-6a + b + 5c$ (ii) $11p + 2q + 5r$ (iii) $-2x^3 - 8x^2 + 4x - 3$ (iv) $-a + 3b + 5c - 13d$ (v) $5x^2 + 3xy + 8y^2 - 7$
3. (i) $2x^2 + 10xy - 6y^2$ (ii) $4x - 4y - 3z$ (iii) $5a$ (iv) $-l - 8m$
4. (i) 3 (ii) 80 (iii) 6 (iv) 1 (v) 8 (vi) 37 (vii) 82 (viii) 63 (ix) −156

## معروضی مشق 8

1. (i) الفاظ کا ایسا مجموعہ جس کا مطلب پوری طرح سے سمجھ آجائے جملہ کہلاتا ہے۔
(ii) کھلا بیان ایک ایسا جملہ ہوتا ہے جس میں ایک یا ایک سے زیادہ رقوم نامعلوم ہوں۔
(iii) حل
(iv) متغیر ایک علامت ہے جو بالعموم لیٹر ہوتی ہے اور یہ کسی عدد کی جگہ استعمال ہوتی ہے۔
(v) کسی جملے کی عددی قیمت معلوم کرنے کے عمل کو ای ویلیوایشن کہتے ہیں۔
2. (i) بیان (ii) تعمیمی (iii) عددی سر (iv) رقوم (v) لائیک
3. (i) c (ii) a (iii) b (iv) c

## مشق 9.1

1. (i) $x + 8 = 14$ (ii) $x - 7 = 9$ (iii) $2x = 16$ (iv) $\frac{x}{3} = 2$ (v) $x + 2 = 4$ (vi) $x - 4 = 3$ (vii) $2x + 3 = 17$ (viii) $x + y = 20$ (ix) $2x + 7 = y$ (x) $6x = y$
2. (i) $x = -\frac{1}{2}$ (ii) $a = 1$ (iii) $x = 8$ (iv) $x = 6$ (v) $x = 3$ (vi) $x = 18$ (vii) $x = 3$ (viii) $y = -12$ (ix) $x = -1$ (x) $m = -2$ (xi) $x = 4$ (xii) $x = 5$ (xiii) $x = 7$ (xiv) $m = 4$ (xv) $a = -7$ (xvi) $a = 4$ (xvii) $x = 10$ (xviii) $x = 5$ (xix) $x = 2$ (xx) $x = 24$ (xxi) $x = 0.5$

## مشق 9.2

1. (i) 7 (ii) 9 (iii) $\frac{9}{4}$ (iv) 7 (v) 5 (vi) 2
2. 25 روپے  3. 4 اور 8  4. 8  5. 8 اور 2
6. کتاب = 40 روپے، پین = 5 روپے
7. صفحہ نمبر 46 اور نمبر 47  8. 4 رنز

## نظرثانی مشق 9

1. (i) $x = \frac{2}{5}$ (ii) $x = 9$ (iii) $x = 8$ (iv) $x = \frac{16}{5}$ (v) $x = -5$ (vi) $x = 5$
2. 3  3. لمبائی = 57m، چوڑائی = 17m
4. 65, 66, 67, 68  5. $\frac{9}{5}$

## معروضی مشق 9

1. (i) مساوات = کی علامت کے ساتھ ایک کھلا بیان ہوتا ہے۔
(ii) 1 قوت نما والی ایسی مساوات جس میں صرف ایک متغیر ہو یک درجی مساوات کہلاتی ہے۔
(iii) نامعلوم مقداروں کی قیمتوں کو معلوم کرنے کے عمل کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔
(a) مطلوب کیا ہے؟
(b) مطلوبہ مقدار کو کسی متغیر سے ظاہر کریں۔
(c) بیان کے مطابق مساوات لکھیں۔
(d) مساوات کو حل کر کے پڑتال کریں۔
2. (i) مساوات (ii) برابری (iii) حل (iv) 1 (v) ٹرانس پوزیشن
3. (i) a (ii) c (iii) d (iv) b

## معروضی مشق 10

1. (i) زمین کی پیمائش
(ii) عمودی ناصف ایک ایسا خط ہوتا ہے جو اس پر عمود ہوتا ہے اور اس کے درمیانی نقطہ سے گزرتا ہے۔
(iii) ایک ہی پیمائش کے دو زاویے متماثل زاویے کہلاتے ہیں۔
(iv) صرف تین عناصر
(v) قطعہ خط کسی خط کا حصہ ہوتا ہے جس کے دو واضح نقاط ہوتے ہیں۔
2. (i) قطعہ خط (ii) ڈگری (iii) 180° (iv) ضلع
3. (i) c (ii) b (iii) c (iv) b

## مشق 11.1

1. (i) رقبہ = $49\ cm^2$، احاطہ = 28 cm
(ii) رقبہ = $24\ cm^2$، احاطہ = 20 cm
(iii) رقبہ = $99.2\ cm^2$، احاطہ = 40.8 cm
(iv) رقبہ = $27\ cm^2$، احاطہ = 24 cm
(v) رقبہ = $121\ cm^2$، احاطہ = 44 cm
(vi) رقبہ = $289 m^2$، احاطہ = 68 m
(vii) رقبہ = $72.8\ cm^2$، احاطہ = 35.4 cm
(viii) رقبہ = $28.88\ cm^2$، احاطہ = 22.8 cm
(ix) رقبہ = $20.25 m^2$، احاطہ = 18 m

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

2. 45m    3. $9km^2$    4. 11m

5. رقبہ = $441m^2$ ، احاطہ = 84m

6. 14,782.50 روپے

7. ہموار کرنے کا خرچ = 1,08,900 روپے

جنگلہ لگانے کا خرچ = 11,000 روپے

8. ہل چلانے کا خرچ = 57,600 روپے،

باڑ لگانے کا خرچ = 3,456 روپے

9. مرمت کا خرچ = 67,500 روپے

دیوار کی تعمیر کا خرچ = 63,750 روپے

## مشق 11.2

1. (i) $136\ m^2$ (ii) $175\ m^2$

2. (i) $616\ m^2$ (ii) $1176\ m^2$ (iii) $936\ m^2$ (iv) $973\ m^2$

3. $1776\ m^2$ 4. Rs.1920 5. Rs.171,900

## مشق 11.3

1. رقبہ = $153cm^2$ 2. 18 m 3. $3750\ m^2$

4. 15 m 5. 35 m 6. ہموار کرنے کا خرچ = 126,000 روپے

7. 1,31,250 روپے 8. 4,33,182 روپے

## مشق 11.4

1. (i) $42m^2$ (ii) $18m^2$ (iii) $34.5m^2$ (iv) $1125m^2$ (v) $2475m^2$ (vi) $564.2m^2$

2. $301m^2$ 3. $440m^2$ 4. $100m^2$ 5. 112,500 روپے

6. 3456 روپے

## مشق 11.5

1. (i) $56m^2$ (ii) $152m^2$ (iii) $90cm^2$ (iv) $33.5m^2$ (v) $18.2m^2$ (vi) $128.64cm^2$ (vii) $26.4cm^2$ (viii) $412.5m^2$

2. $24.3m^2$ 3. $27.38cm^2$ 4. $448cm^2$ 5. 74,052 روپے

6. 36.9 کوئنٹل 7. 10,105 روپے 8. 44712 پھول

## نظرثانی مشق 11

1. 104cm 2. Rs. 36000 3. Rs. 31200 4. Rs. 2400

5. Rs.51300 6. (i) $52.7\ cm^2$ (ii) $6.075\ cm^2$

## معروضی مشق 11

1. (i) مربع = 4×لمبائی، مستطیل = 2(لمبائی+چوڑائی)

(ii) بارڈر کا رقبہ =

[اندرونی چوڑائی × اندرونی لمبائی] − [بیرونی چوڑائی × بیرونی لمبائی]

(iii) ایسا چوکور جس کے صرف دو اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

(iv) چار اضلاع پر مشتمل ایسی شکل جس کے متقابلہ اضلاع متوازی اور متماثل ہوں متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔

2. (i) مربع (ii) متوازی الاضلاع (iii) مثلث (iv) احاطہ (v) مثلث

3. (i) b (ii) a (iii) d (iv) d (v) b

## مشق 12.2

1. (i) $64cm^3, 96cm^2$ (ii) $343\ cm^3, 294cm^2$ (iii) $15.625cm^3, 37.5cm^2$ (iv) $32.768cm^3, 61.44cm^2$

2. (i) $30cm^3, 67cm^2$ (ii) $34.2cm^3, 67.4cm^2$ (iii) $375000cm^3, 32500cm^2$ (iv) $56.25cm^3, 227.25cm^2$

3. $12000m^3$ 4. 6000 لٹر 5. 1800 مکعب 6. $98m^2$

7. 540 روپے 8. 1040 روپے

## نظرثانی مشق 12

1. حجم = $1728\ cm^3$, Rs. 432 2. $56cm^2$ 3. 125 مکعب

4. پیکٹ کا حجم = $90cm^3$، پیکٹوں کی تعداد = 480

## معروضی مشق 12

1. (i) اُونچائی (ii) ایسا مجسم جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی برابر ہو۔

(iii) $2[(l\times b)+(l\times h)+(b\times h)]$

(iv) وہ جگہ کوئی شے تین اطراف میں گھیرتی ہے اُس کا حجم کہلاتی ہے۔

2. (i) کنارے (ii) مکعب نما (iii) کرّہ (iv) ترچھی اُونچائی (v) 6(لمبائی)²

3. (i) b (ii) c (iii) c (iv) a (v) b

## مشق 13.1

2، 3، 6 اور 7 گروہی مواد کو ظاہر کرتی ہے۔

## مشق 13.2

2. (i) اس بار گراف سے کچھ بچوں کا روزانہ کا جیب خرچ ظاہر ہوتا ہے۔

(ii) غوری (iii) ماریہ (iv) 25 روپے (v) 10 روپے (vi) 3:2

3. (i) اِس بار گراف سے ایک کمپنی کی پانچ سالوں میں پنکھوں کی فروخت ظاہر ہوتی ہے۔

(ii) 2006 = 1000 پنکھے، 2007 = 4000 پنکھے، 2008 = 3000 پنکھے، 2009 = 2000 پنکھے، 2010 = 5000 پنکھے

(iii) 4000 پنکھے (iv) 3000 پنکھے (v) 2010 (vi) 1 : 5

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

## مشق 13.3

.1 (i) 80 طلبہ (ii) 10طلبہ (iii) 30 طلبہ

.2 (i) 450 لڑکیاں (ii) 900 لڑکیاں
(iii) 150 لڑکیاں (iv) 300 لڑکیاں
(v) ڈرامہ (vi) فلمیں

.3 (i) 4 قطعے (ii) فٹ بال، ہاکی اور والی بال
(iii) 360طلبہ (iv) 120طلبہ
(v) کرکٹ (vi) 240 طلبہ
(vii) 480طلبہ

## نظرثانی مشق 13

.2 (i) 22000 روپے (ii) ہفتہ (iii) پیر
(iv) اس گراف سے طارق کی چھے دن کی آمدن ظاہر ہو رہی ہے۔
(v) 4 : 1

.3 (i) 810 ووٹ (ii) 1620 ووٹ
(iii) 1080ووٹ (iv) 2430 ووٹ
(v) 540 ووٹ (vi) سلیم

## معروضی مشق 13

.1 (i) مواد معلومات اور حقائق کا ایک سیٹ ہوتا ہے۔
(ii) گروہی مواد گروہوں کے متعلق معلومات فراہم کرتا ہے۔
(iii) غیر گروہی اور گروہی مواد
(iv) ایسا مواد جو انفرادی معلومات فراہم کرے۔
(v) اُفقی اور راسی بار گراف
(vi) پائی گراف مواد کے باہم موازنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔
(vii) $360^\circ$

.2 (i) سوال نامہ (ii) دو (iii) گراف (iv) راسی
(v) بار (vi) اسکیل (vii) ایکسز

# ہدایات برائے اساتذہ

ہم ریاضی کی دنیا میں رہتے ہیں۔ ہم جب کچھ خریدتے ہیں یا کوئی پکنک کا منصوبہ بناتے ہیں یا پھر یوٹیلٹی بلز ادا کرتے ہیں تو ہم اپنے ریاضی کے علم پر اعتماد کرتے ہیں۔ طلبہ صلاحیتوں، ضرورتوں اور دلچسپیوں کی بنا پر مختلف ہوتے ہیں۔ اس لیے ریاضی کی مؤثر تعلیم کے لیے یہ علم ہونا ضروری ہے کہ طلبہ کتنا جانتے ہیں اور مزید اُنھیں کتنا جاننا چاہیے۔ پھر اُن تک وہ علم جس کی اُنھیں ضرورت ہے پہنچانا ایک چیلنج ہوتا ہے۔ موجودہ نصاب ریاضی سے بھرپور ہے اور طلبہ کو ریاضی کے اہم بنیادی نظریات اور طریقوں کو سمجھنے اور ان کو حل کرنے کے مواقع فراہم کرتا ہے۔ کمرۂ جماعت میں اِس کتاب کو پڑھانے کے لیے کچھ راہنمائی درج ذیل ہے:

### یونٹ 1: سیٹ

طلبہ جب سیٹوں کے متعلق سیکھنا شروع کریں تو اُنھیں مجموعے کے بارے میں اچھی طرح علم ہونا چاہیے۔ طلبہ کو مزید مثالوں کی مدد سے سمجھائیں کہ واضح اور مختلف اشیا کا مجموعہ سیٹ کہلاتا ہے۔ کسی بھی سیٹ کی درجہ بندی اُس کے ارکان کی تعداد کی مدد سے کی جاتی ہے۔

- اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد گنی جا سکے تو اِسے متناہی سیٹ کہتے ہیں۔
- اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد نا گنی جا سکے تو اسے غیر متناہی سیٹ کہتے ہیں۔
- اگر کسی سیٹ کا کوئی رُکن نا ہو تو اِس کو خالی سیٹ کہتے ہیں اور اِس کو علامت { } یا $\Phi$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

بلیک بورڈ پر کوئی سے دو مترادف سیٹ لکھیں اور طلبہ کو ان کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم کرنے کے لیے کہیں۔ اب طلبہ کو ان کی وضاحت کرتے ہوئے بتائیں کہ یہ مترادف سیٹ ہیں اور ان کے لیے $\leftrightarrow$ کی علامت استعمال ہوتی ہے۔ اسی طرح آپ مساوی اور غیر مترادف سیٹوں کی وضاحت کر سکتے ہیں۔ مزید سپر سیٹ اور تحتی سیٹ کے بارے میں مثالیں دیں۔

### یونٹ 2: مکمل اعداد

مکمل اعداد کا تعارف ہمیں اعداد کا مفہوم اور ان کا روزمرہ زندگی میں کردار کو سمجھنے کا موقع فراہم کرتا ہے۔ کمرۂ جماعت میں اعداد جیسے کہ ملین، بلین اور ٹریلین کا موازنہ لاکھوں، کروڑوں اور اربوں سے کریں۔ اس عمل سے بڑے اعداد کے بارے میں طلبہ کی دلچسپی پیدا ہوگی۔ روزمرہ زندگی سے جمع اور ضرب کے قوانین کے متعلق مثالیں دیں۔

### یونٹ 3: عاد اور اضعاف

اس کتاب میں ہم نے عاد اور ضعف کے درمیان تعلق کو سمجھنے کے لیے کچھ مثالیں دی ہیں لیکن آپ چاہیں تو مزید ورک شیٹ دے سکتے ہیں۔ اپنے طلبہ کو قابل تقسیم جانچنے کے ٹیسٹوں کو یاد کرانے کے لیے مزید مثالیں دیں اور کثرت سے مشق کروائیں۔ یہ بھی قابل غور ہے کہ قابل تقسیم جانچنے کے قوانین ہمیں جفت اور طاق اعداد کو علاحدہ کرنے کا آسان طریقہ فراہم

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

کرتے ہیں۔آپ طلبہ کو مفرد تجزی کرنے کا آسان طریقہ فراہم کرتے ہیں۔آپ طلبہ کو مفرد تجزی کو فیکٹر ٹری کی صورت میں ظاہر کرنے میں بھی مدد دے سکتے ہیں۔مزید اچھی طرح تسلی کریں کہ آپ نے اس پر سیر حاصل بحث کی ہے کہ کیسے عادِ اعظم اور ذو اضعاف اقل ہماری روزمرہ زندگی کے مسائل کو حل کرنے میں مدد کرتے ہیں۔

### یونٹ 4: صحیح اعداد

صحیح اعداد کو متعارف کرواتے ہوئے اس بات کا یقین کرلیں کہ تمام بچے مکمل اعداد سے بخوبی واقف ہیں۔کمرۂ جماعت کے فرش پر ایک لائن کھینچیں اور ان پر (یہ ظاہر کرنے کے لیے) صحیح اعداد لکھیں کہ ہر مثبت صحیح عدد کے مطابق دوسری طرف منفی صحیح عدد ہوتا ہے اور ہر صحیح عدد کی عددی قیمت مثبت ہوتی ہے کیونکہ یہ صرف نقطۂ آغاز سے فاصلہ بتاتا ہے۔

### یونٹ 5: اختصار

اختصار سے پہلے اس بات کا یقین کرلیں کہ طلبہ کسورِ عام اور کسورِ اعشاریہ کے ساتھ موجود بنیادی عوامل حل کرنے کے طریقے جانتے ہیں۔طلبہ کو بتائیں کہ اختصار کے قانون کو BODMAS قانون بھی کہتے ہیں تاکہ عوامل کی ترتیب کو یاد رکھ سکیں۔چاروں عوامل کے مجموعہ کو تختہ سیاہ پر ظاہر کرسکتے ہیں۔طلبہ سے پوچھیں ''مجموعے کا کون سا حصہ پہلے حل کریں یا اگلا کون سا عمل حل کرنا چاہیے۔

### یونٹ 6: نسبت اور تناسب

نسبت اور تناسب کے تصور کو متعارف کرواتے ہوئے کسرِ عام اور نسبت کے باہمی تعلق کو ضرور واضح کریں۔یوں آپ کے طلبہ جان جائیں گے کہ نسبت کسرِ عام کی ہی ایک شکل ہے۔پہلا رکن شمار کنندہ اور دوسرا رُکن مخرج کو ظاہر کرتا ہے۔

یہاں آپ کی عادوں اور اضعاف کے متعلق معلومات نسبت کی مختصر ترین شکل اور مترادف نسبتیں لکھنے میں مدد دے گی۔تناسب راست اور تناسب معکوس کے سیکشن میں اس بات پر بحث کی گئی ہے کہ کیسے ایک مقدار تبدیل کرنے سے دوسری مقدار خود بخود تبدیل ہو جاتی ہے۔دو مقداروں کے ان باہمی تعلقات پر طلبہ کو سیر حاصل مشق کروائیں۔طلبہ کو کچھ جدول بنانے کا کہیں جن سے تناسب راست اور تناسب معکوس کے بارے میں علم ہو۔

### یونٹ 7: مالیاتی امور سے متعلق حساب

آپ کی فی صد کی تدریس کا انحصار بہت زیادہ اس پر ہے کہ آپ کے طلبہ کسرِ عام کے تصور کو کس حد تک سمجھ چکے ہیں کیونکہ فی صد بھی کسرِ عام کی ایک خاص قسم ہے۔جس کا مخرج ہمیشہ 100 ہوتا ہے۔اگر طلبہ کسرِ عام کے بارے میں جان چکے ہیں اور فی صد کے بارے میں جاننا چاہتے ہیں تو یقین جانیے آپ نے آدھی جنگ جیت لی۔

ہماری روزمرہ زندگی میں فی صد سے متعلق معاملات پر گفتگو کریں۔ایسے طلبہ جو روزمرہ زندگی میں فی صد سے متعلق مسائل بطورِ مثال بتائیں، کی خاص تعریف کریں۔یہ اُن کو دیگر اوقات میں فی صد کے بارے میں سوچنے کے لیے حوصلہ افزائی کرے گا۔

### یونٹ 8: الجبرا کا تعارف

الجبرا تدریس کے اعتبار سے مشکل ترین مضامین میں سے ایک مضمون جانا جاتا ہے۔کیونکہ اس کا تخیل پیدا نہیں ہو پاتا۔لیکن اگر اس کو اچھی طرح سے پڑھایا جائے تو یہ باریک بینی سے سوچنے اور منطق کی مہارت پیدا کرنے میں بنیادی کردار ادا کرتا ہے۔

اس میں آپ کی تدریس کا محور ریاضی کے اہم تصورات ہوتے ہیں۔آپ کے طلبہ کو الجبرا میں کامیابی حاصل کرنے کا فن معلوم ہونا چاہیے۔اُن کے اس علم میں اضافہ آپ کی ذمہ داری ہے۔ سوچ بیدار کرنے والے سوالات کریں جو ان کے لیے چیلنج ثابت ہوں۔اس کا کیا جواب ہے؟ قسم کے سوالات نہ ہوں۔سوالات سادہ ہونے چاہییں۔یہ بنیادی سوالات حیران کن نتائج سامنے لائیں گے۔

اس بات کو یقینی بنائیں کہ طلبہ اپنا ہوم ورک کرکے آئیں۔کیونکہ یہ ان کا تعلیمی ریکارڈ اپنے پاس رکھنے کا بہترین طریقہ ہوتا ہے۔یقینی بنائیں کہ تمام طلبہ الجبرا پر عبور حاصل کرنے کے لیے مناسب مشق کر رہے ہیں۔

### یونٹ 9: یک درجی مساوات

اس سیکشن میں یک درجی مساوات کے مطلب، اہمیت اور عملی طور پر استعمال کے بارے میں طلبہ کی مدد کے طریقوں پر توجہ مرکوز رکھی گئی ہے۔اس کو شروع کرنے سے پہلے اس بات کو یقین دہانی کرلیں کہ آپ کے طلبہ کسی مساوات کے نظریے سے اچھی طرح واقف ہیں۔انہیں ترازو سے متعلق مثالیں دیں۔ضروری ہے کہ طلبہ جوں جوں آگے بڑھتے جائیں یہ تصور ان کو ذہن نشین اور پختہ ہوتا جائے۔

طلبہ کو یہ بھی بتائیں کہ ٹرانسپوزیشن ایک اہم طریقہ ہے جو ہم اکثر مساوات میں نامعلوم مقدار معلوم کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔جب ہم بدستور مشکل ہوتی ہوئی ایک کے بعد ایک مثال پیش کرتے ہیں تو اس سے طلبہ بہت جلد سیکھتے ہیں۔پہلی مثال بہت سادہ ہونی چاہیے جو جماعت کا ہر طالب علم بآسانی سمجھ جائے۔اس سے ان میں خود اعتمادی آئے گی۔پھر سوال کو مشکل کردیں تاکہ اس کو تختہ سیاہ پر حل کیا جائے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

## یونٹ 10: جیومیٹری

جیومیٹری کا سیکشن شروع کرنے سے پہلے یہ معلوم کرنا ضروری ہے کہ کیا ہر طالب علم اس کے بنیادی نظریات جیسے کہ نقطہ، خط، شعاع، قطعہ خط وغیرہ پر پورا عبور حاصل کر چکا ہے؟ ان نظریات کی دہرائی کے لیے بے تحاشا عملی مشق کروائیں حتیٰ کہ طلبہ جیومیٹری کے آلات کو استعمال کرنے میں پوری مہارت حاصل کر لیں۔

طلبہ کو بتائیں کہ اشکال کسی وضاحت یا مشق کا ضروری حصہ ہوتی ہیں۔ اس سیکشن کو پڑھاتے ہوئے تختہ سیاہ پر متعلقہ اشکال وقفے وقفے سے بناتے رہیں۔ اس سے طلبہ کو سیکھنے میں مدد ملے گی۔ پھر طلبہ کو ان اشکال کو اپنی کاپیوں پر خود بنانے کے مواقع فراہم کریں۔

## یونٹ 11: احاطہ اور رقبہ

طلبہ سے احاطہ اور رقبہ کے متعلق پوچھیں کہ وہ اس بارے میں پہلے سے کیا جانتے ہیں مزید اس سیکشن کو پڑھانے کے لیے نیچے دی گئی ہدایات پر عمل کریں۔

- ایسی زبان استعمال کریں جس کو طلبہ با آسانی سمجھ لیں۔ روزمرہ زندگی سے اس مضمون کی وضاحت کریں۔
- پیمانے کی مدد سے کمرہ جماعت کی مختلف چیزوں مثلاً کتاب ڈیسک یا چیز کی اوپری سطح، کمرۂ جماعت کا فرش وغیرہ کی پیائش کریں۔ ان چیزوں کے احاطہ اور رقبہ معلوم کرنے میں طلبہ کی مدد کریں۔
- طلبہ کو بتائیں کہ رقبہ کی پیائش مربع اکائیوں میں ہوتی ہے۔ یعنی: $feet^2$, $m^2$, $cm^2$ وغیرہ

## یونٹ 12: 3D مجسّم

3D مجسّم کے نظریے کو واضح کرنے کے لیے تختہ سیاہ پر کچھ اشکال بنائیں جیسے کہ مکعب، مکعب نما، کرّہ، سلنڈر اور کون طلبہ سے پوچھیں کہ انھوں نے ان اشکال سے ملتی جلتی چیزیں اسکول اور گھر میں کہاں کہاں دیکھی ہیں۔

اشکال کی مدد سے مختلف الفاظ جیسے کہ کونہ، رداس، قاعدہ، ترچھی اُونچائی وغیرہ کی وضاحت کریں اور ان کی خصوصیات کے بارے میں بچوں کو پڑھائیں۔ تختہ سیاہ پر مکعب یا مکعب نما کی ڈرائنگ کر کے وضاحت کریں کہ کون سی سائیڈ کو کیا کہتے ہیں اور کس 2D شکل کی مدد سے اس کا بنایا جانا ممکن ہے تاکہ طلبہ کسی فارمولے کو اخذ کرنے کے قابل ہو جائیں۔ پھر فارمولا رکھ کر ان سے پوچھیں کہ اس سے متعلق کوئی سوال ہے۔

## یونٹ 13: معلومات داری

طلبہ کو وضاحت کریں کہ معلومات داری درحقیقت سٹیٹسٹیکس کا ہی حصہ ہے۔ اس میں مواد اکٹھا کرنے، اس کا تجزیہ کرنے اور اس کو ظاہر کرنے کے طریقوں کو پڑھتے ہیں۔ طلبہ کی مل جل کے مواد اکٹھا کرنے پر حوصلہ افزائی کریں۔ خاص طور پر جب وہ اس کو مختلف طریقوں جیسے کہ بار گراف یا پائی گراف سے ظاہر کریں۔

طلبہ کو کاپیوں پر گراف بنانے میں اُن کو کامیاب ہونے کے لیے یہ سمجھنے کی ضرورت ہوتی ہے کہ گراف سے متعلق کیا معلومات حاصل ہو رہی ہے۔ اس کے لیے بہتر سوچ کی ضرورت ہوتی ہے اور بالخصوص جب ان سے پوچھا جائے کہ انھوں نے یہ کیا اور کیوں کیا ہے؟ اس مقصد کے لیے مختلف سوال پوچھے جا سکتے ہیں۔ مثلاً

- آپ کو یہ کیسے علم ہوا؟
- کون سی بار آسانی سے پہچانی جا سکتی ہے اور کیوں؟
- کون سے قطعہ کا زاویہ سب سے بڑا ہے؟

اُن کو سوچنے کے بہت سے مواقع دیں اور جلد جواب کے لیے زور نہ دیں۔ اِس سے آپ کو اُن کے خیالات کا اور طلبہ کو ایکسز پر لکھی ہوئی رقوم کی اہمیت کا اندازہ ہوگا۔

# فرہنگ

**عددی قیمت (Absolute Value):** کسی عدد کی عددی قیمت نمبر لائن پر اُس کا صفر سے فاصلہ ظاہر کرتی ہے خواہ یہ فاصلہ کسی بھی سمت میں ہو۔

**برابری کی خاصیت جمع (Addition Property of Equality):** اگر کسی مساوات کی دونوں اطراف میں ایک ہی عدد جمع کیا جائے تو مساوات کی دونوں اطراف بدستور برابر رہتی ہیں۔

**جمعی معکوس (Additive Inverse):** ایسے دو اعداد جن کا مجموعہ صفر کے برابر ہو جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

**الجبری جملہ (Algebraic Expression):** ریاضی کا ایک ایسا فقرہ جو متغیر یا متغیرات، اعداد اور عوامل پر مشتمل ہوتا ہے۔

**زاویے کا ناصف (Angle bisector):** زاویے کا ناصف ایک ایسی شعاع ہوتی ہے جو کسی زاویے کو دو متماثل زاویوں میں تقسیم کرتی ہے۔

**زاویہ (Angle):** زاویہ ایسی دو شعاعیں ہوتی ہیں جن کا نقطۂ آغاز ایک ہی ہوتا ہے۔

**رقبہ (Area):** وہ علاقہ جو کوئی شکل گھیرتی ہے اُس کا رقبہ کہلاتا ہے۔

**جمع کی خاصیت تلازم (Associative Property of Addition):** اعداد کو جمع کرتے ہوئے اُن کی ترتیب بدلنے سے حاصل جمع پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

**ضرب کی خاصیت تلازم (Associative Property of Multiplication):** عادوں کو ضرب دیتے ہوئے اُن کی ترتیب بدلنے سے حاصلِ ضرب پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔

**ایکسز (Axis):** گراف بنانے کے لیے دو لائنیں جو ایک دوسرے سے عموداً جڑی ہوتی ہیں ایکسز کہلاتی ہیں۔

**بار گراف (Bar Graph):** ایسا گراف جس میں مواد کو بار کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale

**اساس (Base):** کسی عدد کو قوت نمائی شکل میں لکھتے ہوئے عاد کو جس صورت میں لکھا جاتا ہے وہ اِس کا اساس کہلاتا ہے۔

**تنصیف (Bisection):** دو برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔

**گنجائش (Capacity):** گنجائش اُس ممکنہ مقدار کی پیائش کو کہتے ہیں جو کسی جگہ میں زیادہ سے زیادہ سما سکتی ہے۔

**مشترک اضعاف (Common Multiples):** دو یا دو سے زیادہ اعداد کے ایک جیسے اضعاف اُن اعداد کے مشترک اضعاف کہلاتے ہیں۔

**جمع کی خاصیت مبادلہ (Commutative Property of Addition):** اعداد کی ترتیب بدلنے سے حاصل جمع میں فرق نہیں آتا۔

**پُرکار (Compass):** پُرکار جیومیٹری کا وہ آلہ ہوتا ہے جو دائرے بنانے اور قوسین لگانے کے کام آتا ہے۔

**مرکب اعداد (Composite Number):** ایسا عدد جس کے دو سے زیادہ عاد ہوں مرکب عدد کہلاتا ہے۔

**مشترک عاد (Common Factor):** ایسا عاد جو دو یا دو سے زیادہ اعداد کے اجزائے ضربی میں موجود ہو مشترک عاد کہلاتا ہے۔

**کون (Cone):** کون ایک سہ رُخی شکل ہے جس کا ایک دائروی قاعدہ اور ایک کونہ ہوتا ہے۔

**متماثل (Congruent):** ایک جیسی جسامت اور شکل ہونا۔

**کراس حاصل ضرب (Cross Product):** کسی تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ کا کراس حاصل ضرب $a\times d$ اور $b\times c$ ہوتا ہے۔

**مکعبی اکائی (Cubic Unit):** حجم ماپنے کی بنیادی اکائی جو ایک اکائی کی لمبائی والے مکعب پر مشتمل ہوتی ہے۔

**سلنڈر (Cylinder):** ایسی سہ رُخی شکل جس کے دو دائروی قاعدے ہوتے ہیں۔ یہ دائروی قاعدے ایک دوسرے کے متوازی اور متماثل ہوتے ہیں۔

**مواد (Data):** اکٹھی کی گئی معلومات۔

**مخرج (Denominator):** کسی کسر عام کی لائن کے نیچے والا عدد جو کل حصوں کی تعداد بتاتا ہے۔

**ڈگری "°" (Degree):** زاویوں کی پیائش کی اکائی۔

**خاصیتِ تقسیمی (Distributive Property):** اگر $a$، $b$ اور $c$ کوئی سے تین اعداد ہوں تو:

☆ $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

☆ $a\times(b-c)=(a\times b)-(a\times c)$

**قابلِ تقسیم جانچنے کے قوانین (Divisibility Rules):** ایسے قوانین جو بتاتے ہیں کہ آیا کوئی عدد دوسرے اعداد مثلاً 2، 3، 4، 5، 6، 9 یا 10 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے کہ نہیں۔

**قابلِ تقسیم (Divisible):** ایک عدد دوسرے عدد پر قابلِ تقسیم ہوتا ہے اگر باقی 0 بچ جائے۔

**برابری کی خاصیت تقسیم (Division Property of Equality):** اگر مساوات کی دونوں اطراف کو کسی غیر صفر عدد سے تقسیم کیا جائے تو دونوں اطراف بدستور برابر رہتی ہیں۔

**ڈسکاؤنٹ (Discount):** وہ رقم جو کسی آئٹم کی خرید میں کم کی جائے ڈسکاؤنٹ کہلاتی ہے۔

**کنارا (Edge):** وہ قطعہ خط جہاں سے کسی مجسّم کی دو سطحیں آپس میں ملتی ہیں۔

**مساوات (Equation):** ریاضی کا ایک ایسا جملہ جس میں = کی علامت استعمال ہو مساوات کہلاتا ہے۔

**مساوی کسور (Equivalent Fractions):** ایسی کسور جن کی سادہ ترین حالت ایک ہی ہو مساوی کسور ہوتی ہیں۔

**جفت عدد (Even Number):** ایسا مکمل عدد جو عدد 2 پر پورا پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

**قوت نما (Exponent):** ایک قوت نما یہ بتاتا ہے کہ کتنی مرتبہ کوئی عدد بطور عاد استعمال ہوا ہے۔

**فیکٹر ٹری (Factor Tree):** فیکٹر ٹری ایسی ڈائیگرام ہوتی ہے جو کسی عدد کی مفرد تجزی ظاہر کرنے کے لیے استعمال ہوتی ہے۔

**عاد (Factor):** ایک عدد کسی دوسرے کا عاد صرف تب ہوتا ہے جب یہ کسی دوسرے عدد کو اس طرح تقسیم کرے کہ باقی 0 بچے۔

**جیومیٹری (Geometry):** ریاضی کی ایک اہم شاخ ہے جو نقاط، خطوط، سطحات اور ٹھوس کے علم پر مبنی ہے۔

**اُونچائی (Height):** اُونچائی یا ارتفاع کسی متوازی الاضلاع یا مثلث کا کونے سے قاعدہ کے خط تک کا عمود ہوتا ہے۔

**عادِ اعظم (Highest Common Factor):** عادِ اعظم وہ بڑے سے بڑا عدد ہوتا ہے جو دیے گئے اعداد کا عاد ہوتا ہے۔

**جمعی ذاتی عنصر کی خصوصیت (Identity Property of Addition):** کسی عدد $a$ اور صفر کا مجموعہ خود $a$ ہی ہوتا ہے۔

**ضربی ذاتی عنصر کی خصوصیت (Identity Property of Multiplication):** کسی عدد $a$ اور 1 کا حاصل ضرب خود $a$ ہی ہوتا ہے۔

**غیر واجب کسرِ عام (Improper Fraction):** ایسی کسر جس کا شمار کنندہ اُس کے مخرج کے برابر یا اُس سے بڑا ہو غیر واجب کسرِ عام کہلاتی ہے۔

**نابرابری (Inequality):** نابرابری ایسا بیان ہے جو دو جملوں کے برابر نا ہونے کا علم دیتا ہے۔

**صحیح اعداد (Integers):** صحیح اعداد ایسے اعداد کا سیٹ ہوتا ہے جس میں مکمل اعداد اور اُن کے مخالف اعداد موجود ہوتے ہیں۔

**معکوس عوامل (Inverse Operations):** ایسے عوامل جو ایک دوسرے کے اُلٹ ہوتے ہیں جیسے کہ جمع اور تفریق یا ضرب اور تقسیم (ماسوائے 0 کے ساتھ ضرب)۔

**ذواضعاف اقل (Least Common Multiple):** وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد جو دو یا دو سے زیادہ اعداد کا مشترک ضعف ہو ذواضعاف اقل کہلاتا ہے۔

**قطعہ خط (Line Segment):** قطعہ خط ایک خط کا حصہ ہوتا ہے۔ یہ دو آخری نقاط اور اُن تمام نقاط پر مشتمل ہوتا ہے جو خط کے اُس حصے میں ہوتے ہیں۔

Web Version of PCTB Textbook
Not for Sale

**خط (Line)**: نقاط کا ایک سیدھا راستہ جو دو مخالف سمتوں میں بدستور بڑھتا رہتا ہے۔

**مخلوط عدد (Mixed Number)**: کسر اور مکمل عدد کے مجموعے کو مخلوط عدد کہتے ہیں۔

**درمیانی نقطہ (Mid Point)**: ایسا نقطہ جو کسی قطعے کو دو برابر لمبائی والے قطعوں میں تقسیم کر دے۔

**یک رقمی (Monomial)**: ایسی کثیر رقمی جس میں صرف ایک رقم ہو یک رقمی کہلاتی ہے۔

**ضعف (Multiple)**: کسی عدد کا ضعف اُس عدد اور غیر صفر مکمل عدد کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

**برابری کی خاصیتِ ضرب (Multiplication Property of Equality)**: مساوات کی دونوں اطراف کو ایک جیسے کسی عدد سے ضرب دینے سے مساوات میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔

**ضربی معکوس (Multiplicative Inverse)**: کسی عدد کا اُلٹ اُس کا ضربی معکوس کہلاتا ہے۔

**منفی صحیح اعداد (Negative Integers)**: صفر سے کم تمام صحیح اعداد۔

**بے اندراج سیٹ (Null Set)**: ایسا سیٹ جس میں کوئی رُکن نہیں ہوتا۔

**اُلٹ اعداد (Opposite Numbers)**: ایسے دو اعداد جو نمبر لائن پر برابر فاصلے مگر مخالف سمت میں ہوں۔

**عوامل کی ترتیب (Order of Operations)**: وہ ترتیب جس میں عوامل حل کیے جائیں۔ پہلے قوسین کے اندر کے عوامل پہلے حل کیے جائیں پھر تقسیم اور ضرب کے عوامل بائیں سے دائیں طرف حل کریں اور آخر میں جمع اور تفریق کے عوامل بائیں سے دائیں حل کیے جائیں۔

**متوازی الاضلاع (Parallelogram)**: متوازی الاضلاع ایسا چوکور ہوتا ہے جس کے متقابلہ ضلع متوازی ہوتے ہیں۔

**فی صد % (Percent)**: فی صد ایک ایسی کسر ہے جس میں کسی عدد کا موازنہ 100 سے کیا جاتا ہے۔

**احاطہ (Perimeter)**: احاطہ کسی شکل کی حدود کی پیمائش ہوتی ہے۔

**عمودی ناصف (Perpendicular Bisector)**: عمودی ناصف کسی قطعہ خط پر عمود ہوتا ہے جو اس قطعہ خط کے درمیانی نقطہ سے گزرتا ہے۔

**عمودی خطوط (Perpendicular Lines)**: ایسے خطوط جو ایک دوسرے کے ساتھ قائمۃ الزاویہ بناتے ہوئے منقطع ہوتے ہیں۔

**پائی گراف (Pie Graph)**: پائی گراف کسی مکمل شے کے حصے ظاہر کرتا ہے۔ جس کا مجموعہ 100% یا 1 ہوتا ہے۔

**مقامی قیمت (Place Value)**: مقامی قیمت کا نظام کسی عدد کو دس میں سے کوئی سے بھی ہندسوں کے استعمال سے لکھنے میں مدد دیتا ہے۔ ہندسے کی قیمت اُس عدد میں اُس کے مقام سے ہوتی ہے۔

**نقطہ (Point)**: کسی جگہ میں ایک مخصوص مقام کو کہتے ہیں۔

**مفرد تجزی (Prime Factorization)**: کسی مرکب عدد کو اُس کے مفرد اجزائے ضربی کی مدد سے لکھنے کو مفرد تجزی کہتے ہیں۔

**تناسب (Proportion)**: تناسب ایسی مساوات ہوتی ہے جس سے دو نسبتوں کے برابر ہونے کا علم ہوتا ہے۔ تناسب کی کراس ضرب ہمیشہ برابر ہوتی ہے۔

**نسبت (Ratio)**: نسبت دو اعداد کے باہمی موازنے کو کہتے ہیں۔

**شعاع (Ray)**: شعاع کسی خط کا حصہ ہوتا ہے۔ اس کا ایک نقطۂ آغاز ہوتا ہے اور اس پر موجود تمام نقاط نقطۂ آغاز سے ایک طرف ہوتے ہیں۔

**قائمۃ الزاویہ (Right Angle)**: °90 کے زاویے کو قائمۃ الزاویہ کہتے ہیں۔

**کسرِ عام کی سادہ ترین حالت (Simplest Form of Fraction)**: کوئی کسر اُس وقت سادہ ترین حالت میں ہوتی ہے جب اس کے شمار کنندہ اور مخرج کا مشترک عاد صرف 1 ہوتا ہے۔

**یک رُکنی سیٹ (Singletion Set)**: ایسا سیٹ جس میں صرف ایک ہی رُکن ہو۔

**مجسّم (Solid)**: ایسی شکل جو سہ رُخی ہو اور جس کا کوئی حجم ہو۔

**مساوات کا حل (Solution of an Equation)**: مساوات کا حل متغیر کی وہ قیمت ہوتی ہے جو اُس مساوات کو دُرست ثابت کرتی ہے۔

**سطح کا رقبہ (Surface Area)**: کسی مجسم کی تمام سطحات کا مجموعہ۔

**سہ رُخی شکل (Three-dimensional Figure)**: ایسی اشکال جیسے کہ عمارتیں جو سطح پر نہیں بلکہ سہ رُخی ہوں اور جن کی تین اطراف لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی ہوں۔

**ٹری ڈائیگرام (Tree Diagram)**: ٹری ڈائیگرام کسی معاملے کے تمام ممکنہ نتائج ظاہر کرتی ہے۔

**مثلث (Triangle)**: مثلث ایسی بند شکل ہوتی ہے جس کے تین ضلع ہوتے ہیں۔

**متغیر (Variable)**: متغیر ایسی علامت عموماً لیٹر ہوتا ہے جو عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

**حجم (Volume)**: مجسم مکعبی اکائی والا عدد ہوتا ہے جو کسی سہ رُخی شکل کے خلا کو پُر کرنے کے بارے میں بتاتا ہے۔

**x-ایکسز (x-axis)**: x–ایکسز ایک اُفقی خط ہوتا ہے جو y–ایکسز کے ساتھ عموداً جڑا ہوتا ہے۔

Web Version of PCTB Textbook Not for Sale